Boehm

Die

zeichnende Geometrie.

Vorschule

für

Geometrie und technisches Zeichnen

zum Gebrauch in

Lehrerbildungsanstalten, Real- und Fortbildungsschulen.

Von

J. Böhm,

Seminarlehrer.

Zweite verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit 152 Figuren.

Nürnberg, 1878.

Verlag der Friedr. Korn'schen Buchhandlung.

Inhalt.

NB. Seite 11 Zeile 11 v. oben soll es heißen ab statt ad.

Druck von G. P. J. Bieling (G. Dietz) in Nürnberg.

Vorwort.

Nach der allerhöchsten Verordnung vom 29. September 1866, „die Bildung der Schullehrer im Königreiche Bayern betreffend“, hat das Linearzeichnen im Lehrplan für die Präparandenschulen, und zwar im III. Curs, eine Stelle gefunden. Soll dasselbe zum nützlichen Ziele führen, so ist es meiner Ansicht nach unerläßlich, daß die Schüler zugleich mit den Elementarbegriffen der Geometrie, man nenne sie Formenlehre, Elementargrößenlehre oder — wie hier — **zeichnende Geometrie**, bekannt werden, über die wichtigsten Raumverhältnisse in das Reine kommen. Die zeichnende Geometrie soll nämlich den Schüler anleiten, die Form oder Gestalt der Dinge gehörig anschauen, auffassen, benennen und nachbilden zu lernen, soll sein Augenmaß üben, den Schönheitssinn wecken, seine Combinationsgabe reizen und den Präparanden auch nach dieser Seite hin auf den Stand des Wissens und Könnens bringen, den man mit Recht bei der Aufnahme in das Schullehrer-Seminar fordern kann.

Zudem ist seit Beginn des letzten Schuljahres die Geometrie wieder Lehrgegenstand in den Seminarien geworden und auch deswegen es mehr als wünschenswerth, daß die Präparanden auf den mathematisch-geometrischen Unterricht vorbereitet werden. Sie sollen daher einen Winkel nicht bloß zeichnen, sondern auch den Begriff desselben definiren, seine Theile nennen, die Verschiedenheit angeben, über die Entstehung Rechenschaft ablegen können 2c.

Nicht minder wichtig ist dieser Unterrichtsgegenstand für Handwerkszeichenschulen. Bei dem gegenwärtigen Aufschwunge der Kunst und Industrie und dem Wetteifer der Völker fordert das praktische Leben den Zeichenunterricht in den Handwerkerschulen in erster Linie. Die Schüler derselben interessiren sich aber insbesondere für das technische Zeichnen, welches sie erst recht mit Nutzen betreiben, wenn sie durch die zeichnende Geometrie nicht an das Copiren (mechanische Abzeichnen), wohl aber an das Construiren gewöhnt worden sind. (Um den Schüler zur Selbstthätigkeit zu führen, dulde daher der Lehrer nicht, daß die geometrischen Formen in der in diesem Büchlein gegebenen Größe abgezeichnet werden, sondern verlange die Ausführung nach einem vergrößerten Maße).

Ich habe es nun versucht, auch das Nothwendigste aus der Raumlehre in dieser Schrift übersichtlich zusammenzustellen und durch Figuren zu erläutern und habe dabei die Zeit und Verhältnisse der obengenannten Schulen nicht außer Acht gelassen. Die Präparandenschule kann das Gegebene in einer Wochenstunde im Jahre gründlich bewältigen, die Handwerkszeichenschule kann ohne Hinderniß länger brauchen; das Gebotene muß nur zum sichern, bleibenden Eigenthum werden.

Den Erklärungen eines Abschnittes folgen die entsprechenden Aufgaben, die darin geforderten Formen sammt einer kurzen Anleitung für ihre Darstellung.

Die vorliegende Arbeit überhebt den Lehrer des Diktirens, den Schüler des Nachschreibens und gestattet so dem Ersteren Zeit zum Unterricht und dem Letzteren zur Uebung. Deshalb biete ich diese Blätter, gerne zugebend, daß Manches besser und anders, ausführlicher oder gedrängter hätte gegeben werden können, meinen Herrn Collegen zum Schulgebrauch vertrauensvoll an und hoffe, daß sie ihnen nicht unwillkommen erscheinen.

Altdorf, den 12. Mai 1870.

J. Böhm.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Da die zeichnende Geometrie sich als zweckmäßig erwiesen, so machte die zweite Auflage nur einige Aenderungen im bisherigen Texte nöthig. Um das Büchlein, das in vielen Präparandenschulen mit bestem Erfolg verwendet wird, aber auch für Lehrerseminare, sowie für technische Schulen brauchbarer zu machen, habe ich eine Vermehrung des Stoffes eintreten lassen. Die Erweiterung findet sich besonders im Kapitel von den krummen Linien und in einem neuen Abschnitt (§ 16), der die verständige Bildung architektonischer Formen anbahnen soll.

Indem ich mich der Hoffnung hingebe, daß diese Vermehrung als eine geeignete Vervollkommnung des Büchleins angesehen wird, wünsche ich zugleich, daß dasselbe in seiner neuen Gestalt vielen Nutzen stiften möge.

Altdorf, im April 1878.

J. Böhm.

§. 1.

Einleitung.

Die zeichnende Geometrie hat es hauptsächlich mit der Construction von Figuren zu thun.

Construiren aber heißt, die durch unsere Einbildungskraft erzeugten Raumformen aus den einfachsten Raumformen entstehen zu lassen.

Der Lehrer wird die Constructionen an der Wandtafel vor den Augen der Schüler machen, diese haben sie am Besten auf dem Reißbrette auszuführen.

Das Construiren verlangt große Genauigkeit, weshalb darauf zu sehen ist, daß der Schüler mit Bedacht und Sorgfalt zu Werke gehe. Es kommt anfänglich nicht darauf an, daß er viel, wohl aber darauf, daß er alles rein zeichne, womit zugleich die Pflicht des beständigen Sauberhaltens der Zeichenmaterialien zusammenhängt, da solche nur dadurch in brauchbarem Zustande erhalten werden.

Die nöthigen Zeichen-Instrumente und Materialien bestehen:

1) In einem guten Reißzeug mit Transporteur.
2) In einem Reißbrett mit Reißschiene und gutem Papier.
3) In Lineal, Winkel und Prisma-Decimetermaß, das in Centi- und Millimeter eingetheilt ist.
4) In guten Bleistiften (Faber Nr. 3 u. 4).
5) In weichem Gummi.
6) In guter, sogenannter chinesischer Tusche.
7) In gut auftragbaren Tuschfarben, als: Ultramarin, Preußischblau, Gummigutt, Carmin, Zinnober, Sepia, Terrasiéna und Orange.
8) In einem Paar guter Pinsel und
9) In einem Wassergläschen und Tuschnäpfchen.

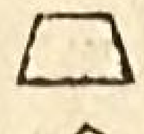
Vor Beginn der Arbeit ist jederzeit zu untersuchen, ob dieses Material sich in brauchbarem Zustande befindet.

Dem Auszeichnen mit Tusche durch die Reißfeder haben die nöthigen Bleizeichnungen vorherzugehen, welche aber so schwach auszuführen sind, daß sie sich nach Vollendung der Tuschzeichnung mit dem Gummi leicht verwischen oder durch die Tuschlinien decken lassen. Alle Hilfslinien sind mit feinen Punkten oder Linien, die in den Aufgaben verlangten Figuren aber mit stärkeren Linien zu zeichnen. Um die erhaltenen Figuren mehr zu heben, läßt man ihre Flächen auch wohl mittelst des Pinsels mit sehr dünner schwarzer Tusche überziehen oder mit sonstigem schwachen Farbenton belegen.

Am Schluß der Zeichenstunde sind die Zeicheninstrumente sorgfältig zu reinigen, besonders ist die Reißfeder sauber zu halten und vor Rost zu bewahren. (Das Auswischen geschieht mit einem Läppchen oder Papierstreifen, nie mit einem Messer). Die Pinsel sind in reinem Wasser auszuwaschen.

Der Lehrer möge auf diese scheinbar untergeordneten Dinge sein wachsames Augenmerk richten; denn je nach ihrer mehr oder minder sorgfältigen Beachtung wird neben guter Lehrart seine und der Schüler Arbeit mit größerem oder geringerem Erfolge gekrönt sein.

Erklärung vorkommender Zeichen.

- $=$ gleich
- $\sim$ ähnlich
- $\cong$ congruent, d. i. gleich und ähnlich
- $>$ größer
- $<$ kleiner
- $\perp$ senkrecht
- $\parallel$ parallel
- $\angle$ Winkel
- R rechter $\angle$
- π gestreckter $\angle$
- ^{0} = Grad z. B. 6^{0} i. 6 Grad
- $1^{0} = 60$ Minuten $= 60'$
- $1' = 60$ Sekunden $= 60''$
- △ Dreieck
- □ Quadrat
- ▭ Rechteck
- ▱ Parallelogramm (speziell Rhomboid)
- ◇ Raute oder Rhombus
- ⏢ Trapez
-  Trapezoid.

---

§. 2.

Erklärung.

Die Geometrie ist die Lehre von den räumlichen Größen. Sie betrachtet geometrische Körper, Flächen und Linien als theilbare Größen. Dies sind aber gedachte Größen; denn nur die physischen Körper, Flächen und Linien existiren in Wirklichkeit. Bei den geometrischen Größen unterscheidet man Größe (Inhalt) und Gestalt (Form), bei den physischen sieht man auch auf Gewicht, Farbe, Stoff 2c. Ein geometrischer Körper ist ein begrenzter Raum; die Fläche ist die Grenze des Körpers; die Linie ist die Grenze der Fläche, und die Grenze der Linie ist der Punkt.

Der physische Punkt hat eine Ausdehnung und ist ein Aggregat physikalischer Körper.

Ein geometrischer Punkt hat gar keine Ausdehnung, also keine Theile, ist keine Größe; er bezeichnet nur eine bestimmte Stelle im Raum.

Denkt man sich einen geometrischen Punkt in Bewegung, so beschreibt er eine geometrische Linie; bewegt man die Linie in einer zweiten Richtung fort, so beschreibt sie eine geometrische Fläche; und bewegt man diese in einer dritten Richtung weiter, so beschreibt sie einen geometrischen Körper.

Der geometrische Körper hat 3 Ausdehnungen: Länge, Breite und Höhe; die Fläche hat 2 Ausdehnungen: Länge und Breite; die Linie hat nur 1 Ausdehnung: Länge.

Anm. Man zeige dies an physischen Körpern von geometrischer Form, z. B. Wie viel Seiten (Flächen), Kanten, (Linien) und Ecken (Punkte) hat der Würfel? der Tetraëder? der Oktaëder? 2c. 2c.

Es gibt gerade und krumme Linien, ebene und gekrümmte Flächen.

Eine Pyramide ist ein Körper, der von ebensoviel Dreiecken begrenzt wird, als seine Grundfläche Seiten hat. Ein Kegel hat einen Kreis zur Grundfläche und eine einzige krumme Fläche, die Mantelfläche genannt, als Seitenfläche 2c. 2c.

Ein Prisma ist ein Körper, der von zwei gleichen und parallelen Vielecken und von so viel Parallelogrammen begrenzt wird, als die Grundflächen Seiten haben. (Säule, Parallelepipedon.) Die Kugel ist von einer einzigen krummen Fläche, die Walze (Cylinder) von einer krummen Fläche (Mantel) und 2 Kreisen eingeschlossen 2c. 2c.

§. 3.

Von den geraden Linien.

Erklärung.

Die gerade Linie können wir uns als begrenzt oder unbegrenzt vorstellen. Von zwei begrenzten Geraden (Strahlen), welche nicht gleich (=) sind, ist die eine größer (>) oder kleiner (<) als die andere. —

Fig. 1.

Ist eine Gerade A B in einer andern B C (hier dreimal) enthalten, so ist AB das Maß für BC.

Fig. 1.

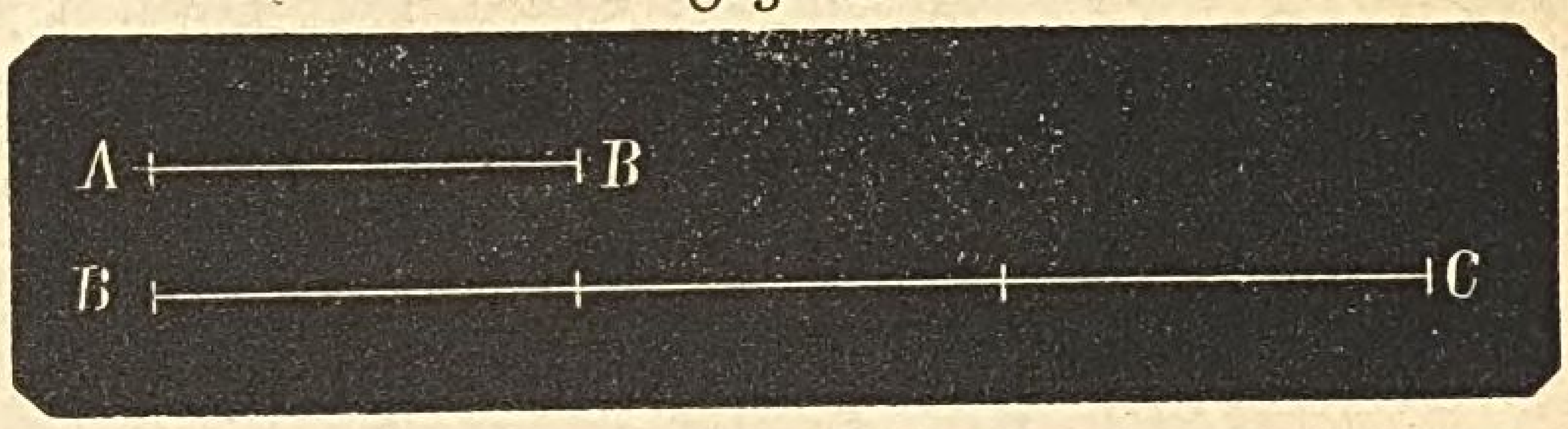
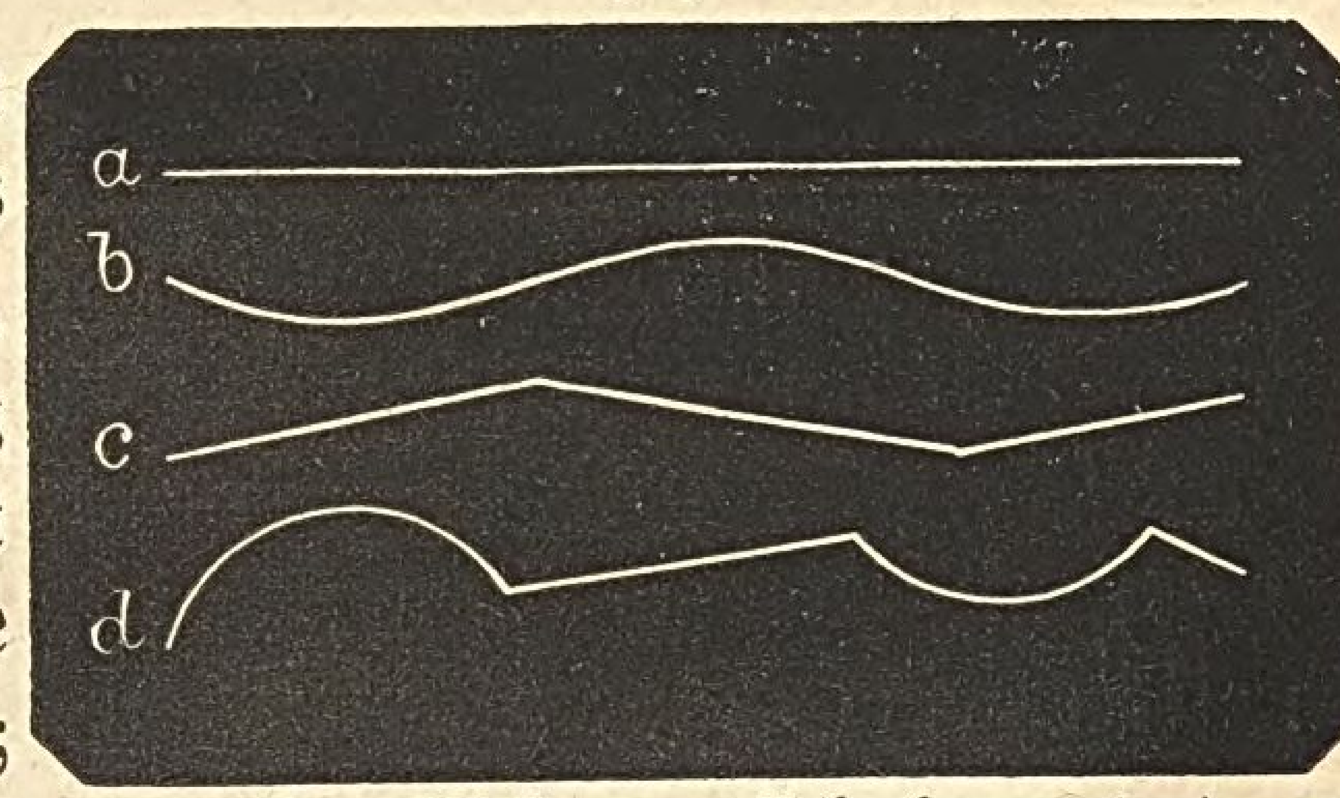


Fig. 2.

Die Linie ist a) gerade, wenn die Fortbewegung eines Punktes in derselben Richtung geschieht, oder wenn sie der kürzeste Weg zwischen 2 Punkten ist; sie ist b) krumm, wenn der Punkt seine Richtung fortwährend ändert; c) gebrochen, wenn der Punkt in derselben Richtung sich bewegt, dann davon abweicht und in der neuen beharrt, bis er dieselbe wieder ändert; d) gemischt, wenn sie aus geraden und krummen Linien besteht.

Fig. 2.



Anm. Beim Zeichnen gerader Linien ist es wichtig, Kreide, Bleistift oder Reißfeder stets in gleicher Entfernung von der Linealkante zu halten. Zur Prüfung der Reißschiene ziehe man eine Linie, lege die Schiene an die andere Seite des Zeichenbrettes und ziehe auch hier eine Linie. Trifft diese mit der ersteren zusammen, so ist die Schiene richtig.

Die **gerade** Linie kann eine dreifach verschiedene Richtung haben, nämlich eine **wagrechte, lothrechte** oder **schiefe.**

§. 4.

A. Gerade Linien zu zeichnen und zu verlängern.

Erklärung.

Fig. 3.

Zur Uebung lasse man dem Schüler feine, mittelstarke, starke und punktirte Linien in nebenbezeichneter Weise ausführen.

Fig. 3.

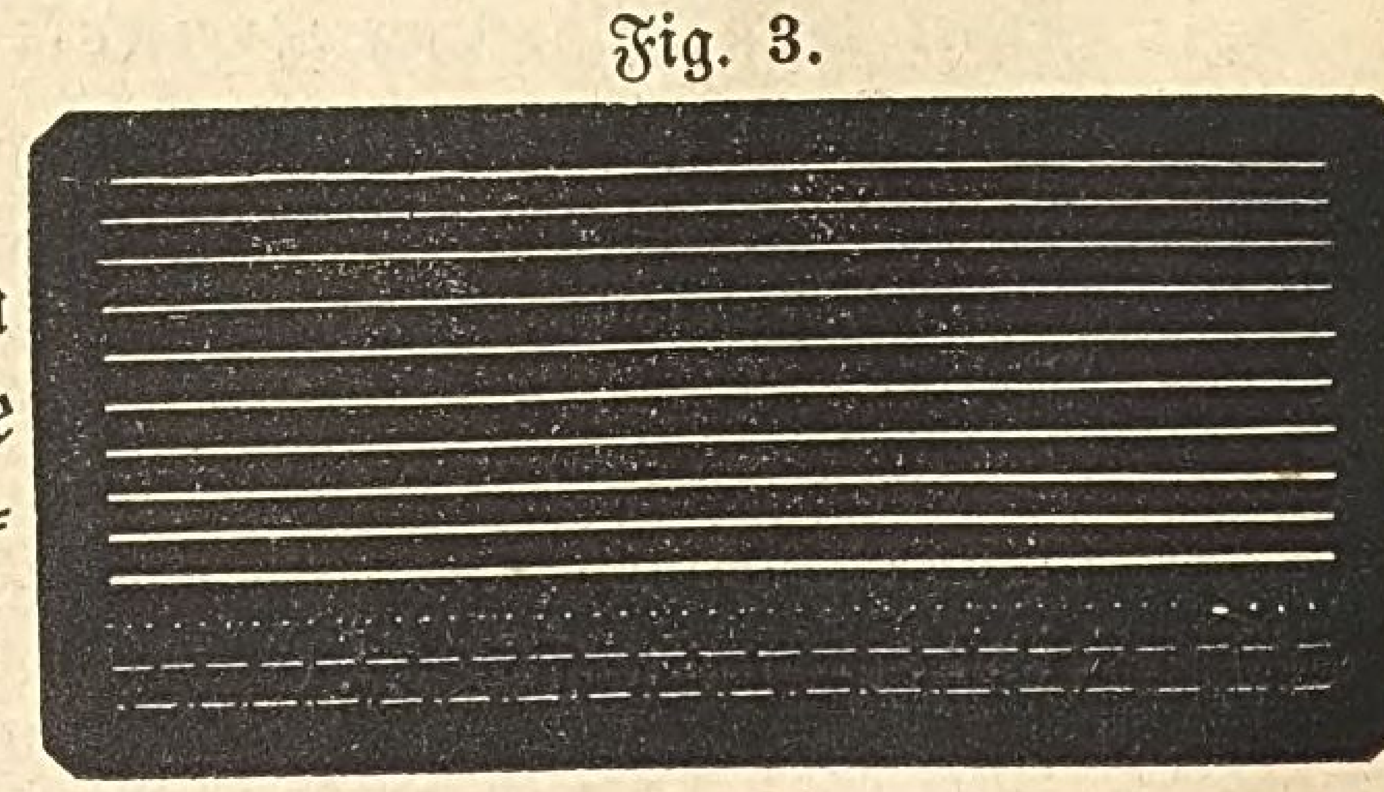


Fig. 4.
2 Punkte a und b können nur durch eine Gerade verbunden werden. Die 2 Punkte bestimmen Richtung und Lage der Geraden. — Die Gerade ist der kürzeste Weg zwischen 2 Punkten.

Fig. 4.

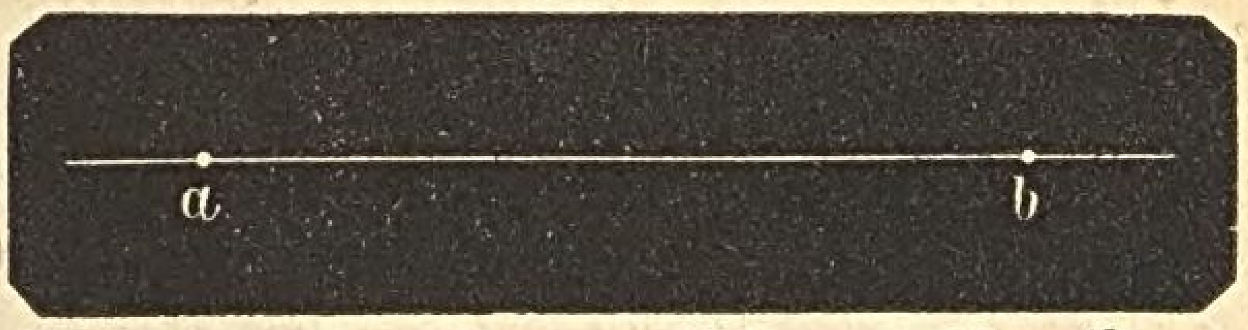


Fig. 5—8.
Haben zwei Linien einen Punkt gemeinschaftlich, so schneiden sie sich; sie können sich aber nur in diesem einen Punkte schneiden; 3 Linien können 1 + 2, 4 Linien 1 + 2 + 3, 5 Linien 1 + 2 + 3 + 4 2c. Durchschnittspunkte haben.

Fig. 5.

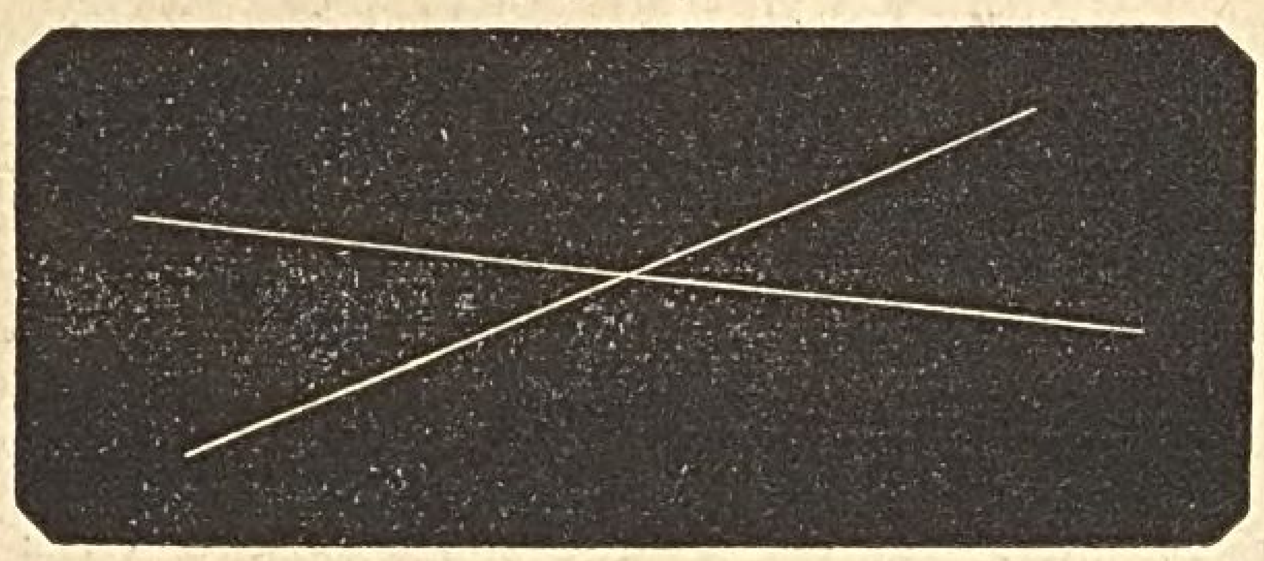


Fig. 6.

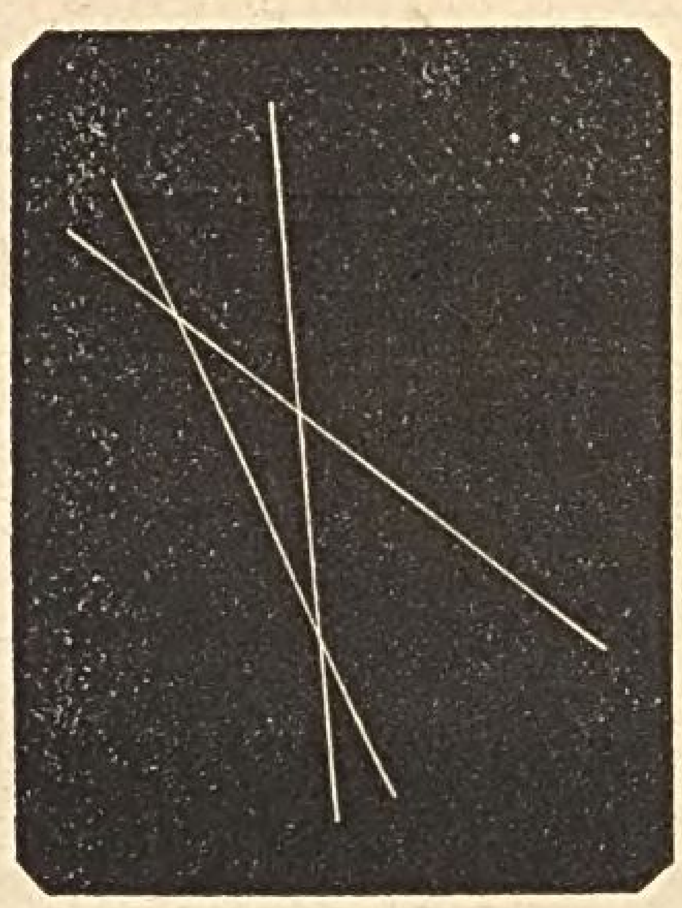


Fig. 7.

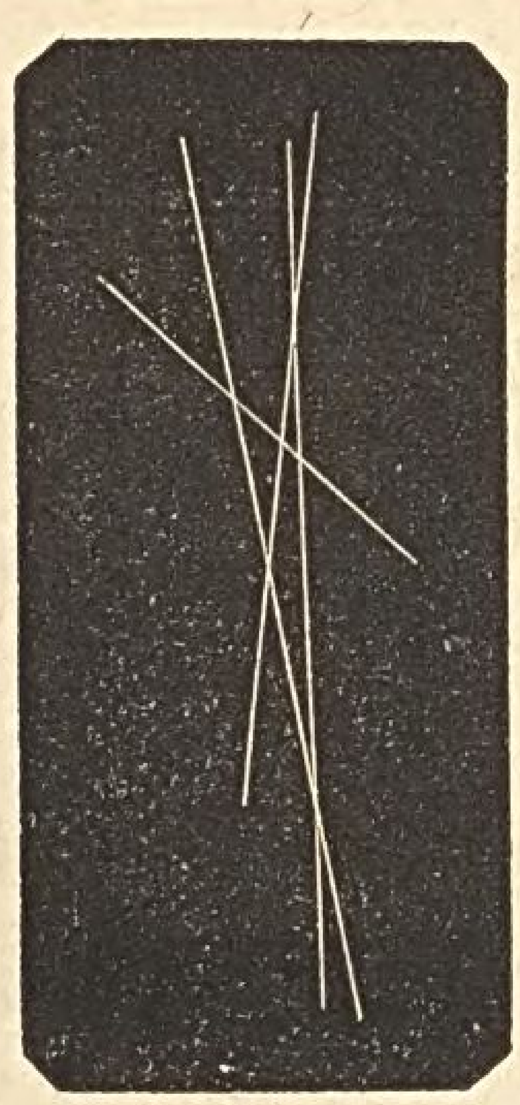
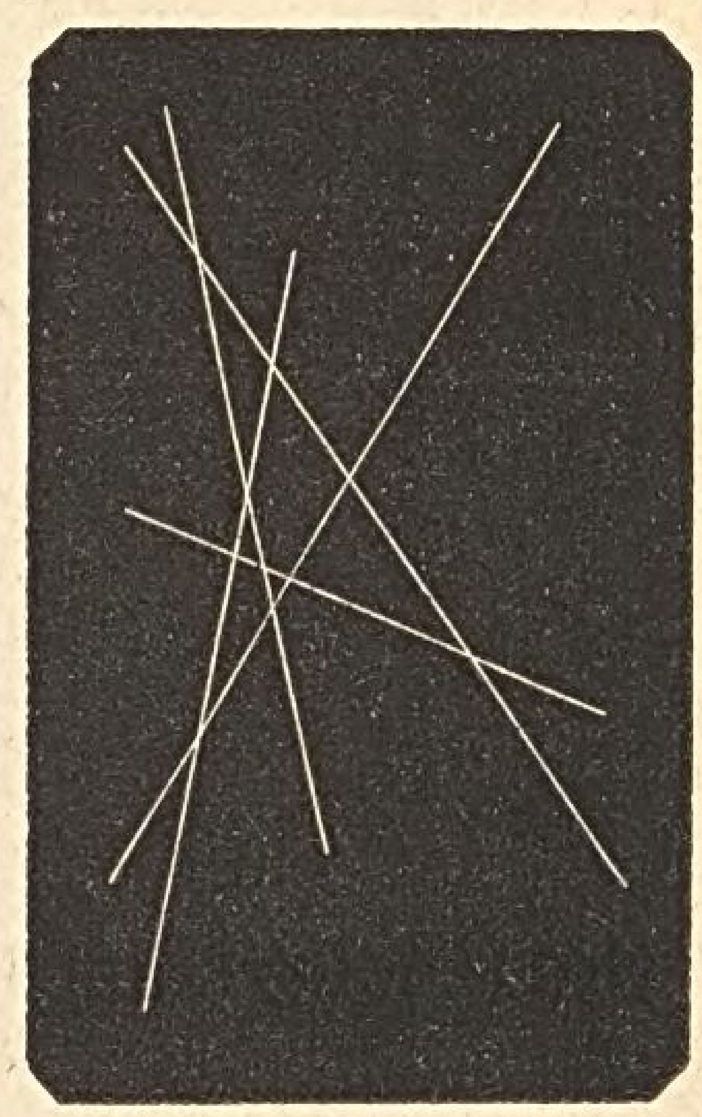


Fig. 8.



Hat eine gerade Linie die Richtung eines Wagbalkens einer im Gleichgewicht befindlichen Wage, so nennt man sie **wagrecht, wasserrecht, horizontal** oder eine **Gerade**.

Aufgabe.

Fig. 9.
Die Gerade a b soll verlängert werden.

a) Beschreibe aus a und b mit gleicher Zirkelöffnung Kreisbögen in c. u. d. und aus diesen Punkten mit beliebiger Zirkelweite Kreisbogen in e, f 2c.

Fig. 9.

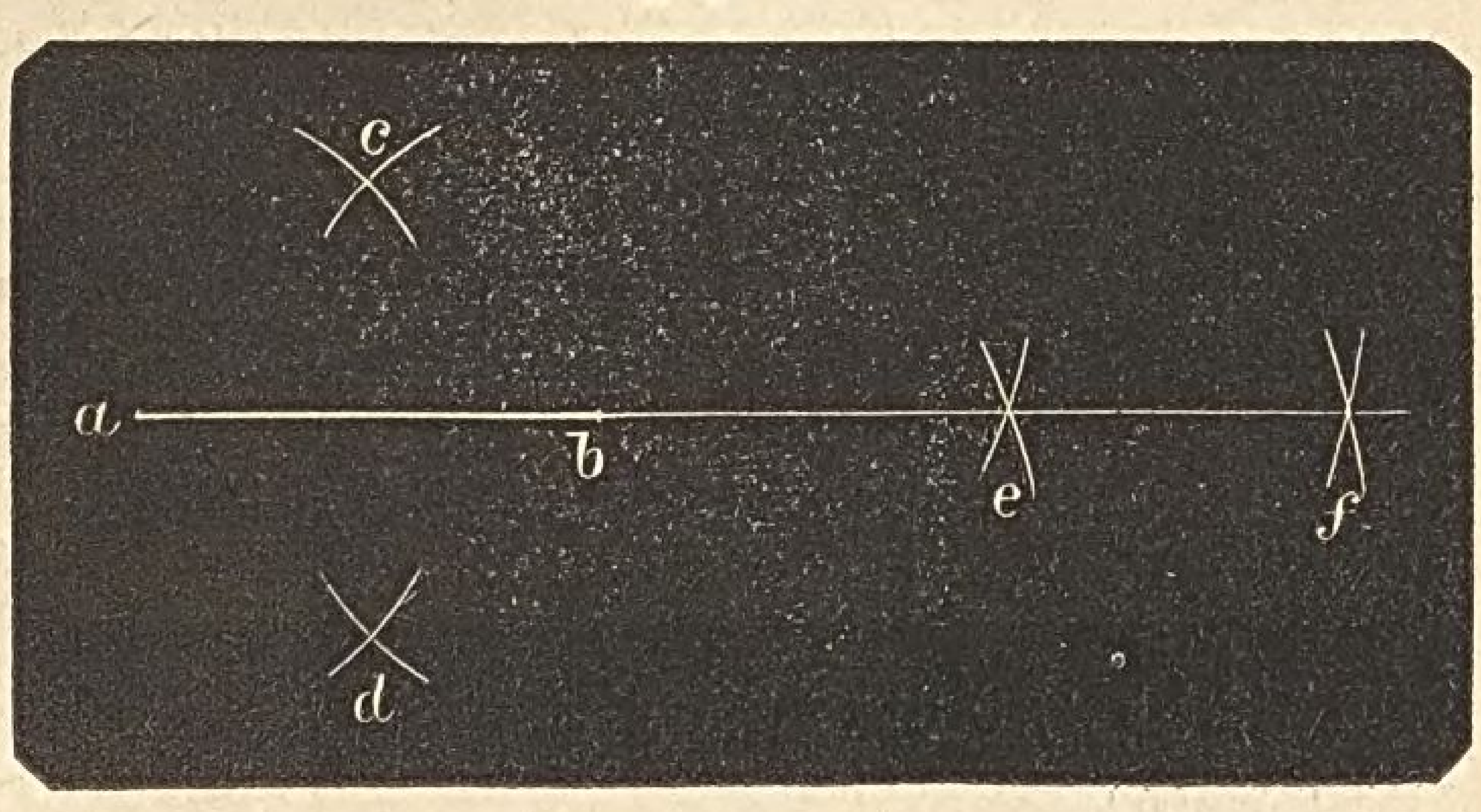
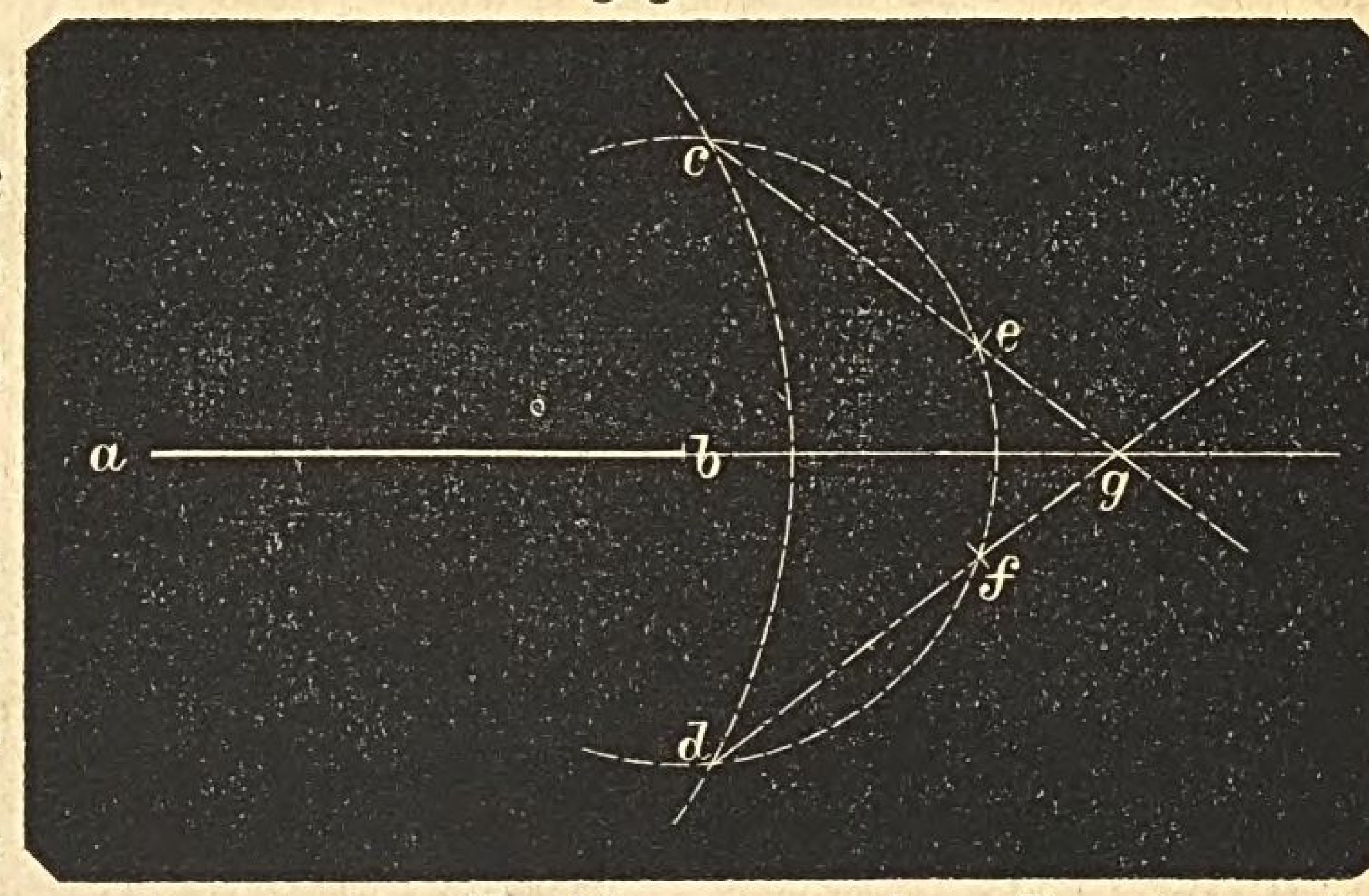


Fig. 10.
b) Man beschreibe aus b mit belieb. Radius eine Kreislinie, durchschneide dieselbe aus a in c und d mit bel. Zirkelweite, messe von c und d willkürlich gleiche Stücke ce = df ab und ziehe ce und df verlängert,

Fig. 10.



so liegt ihr Durchschnittspunkt g in der Verlängerung der Geraden a b.

Anm. Hat man die Aufgabe, eine gerade Linie 2, 3, 4 2c. mal so lang zu machen als eine gegebene, so ziehe man eine ausreichend lange Gerade und trage die gegebene nach Verlangen 2, 3, 4 2c. mal auf.

§. 5.

B. Construction senkrechter Linien.

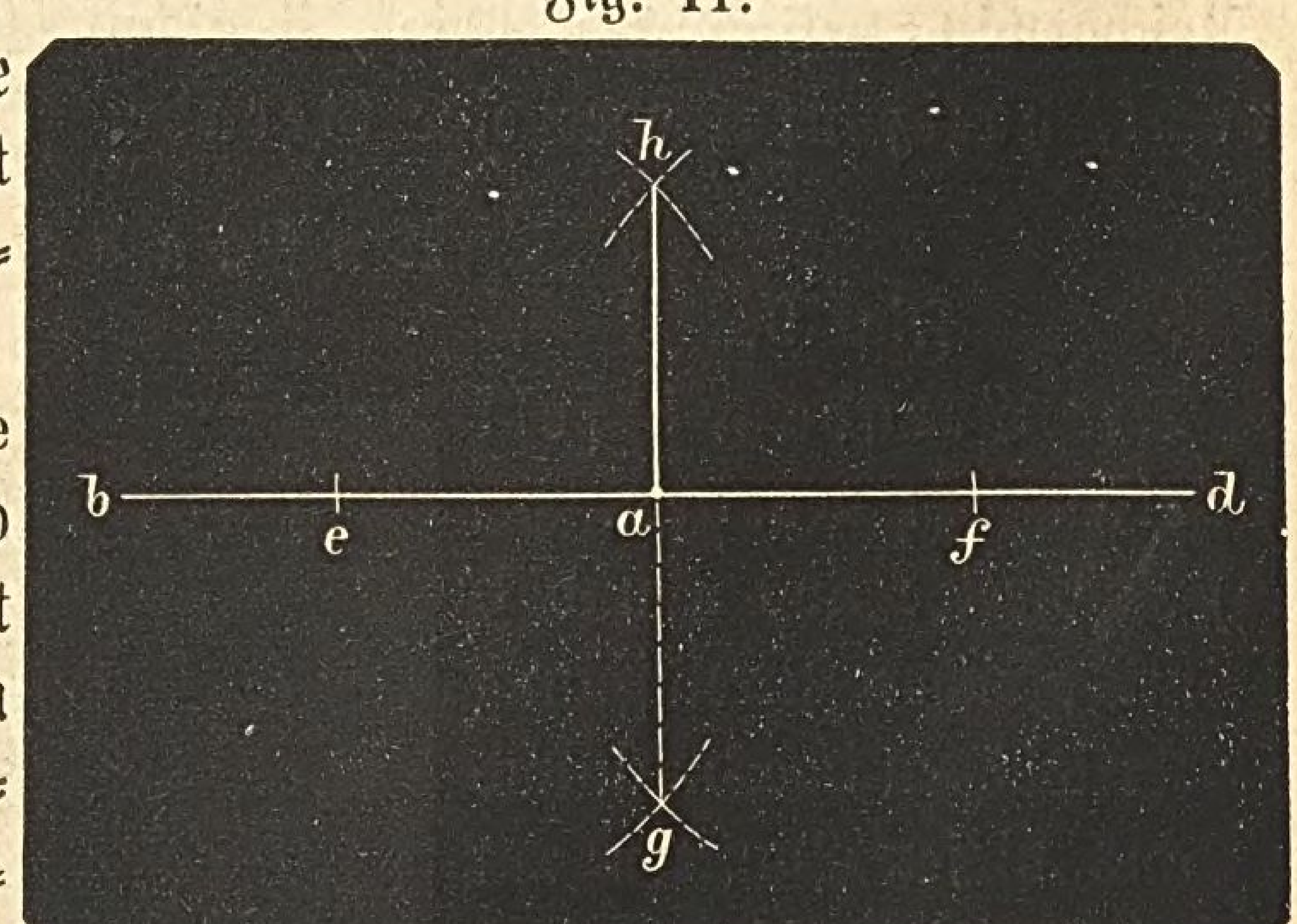
Erklärung.

Von einer geraden Linie sagt man, sie sei lothrecht oder vertikal, wenn sie die Richtung eines Bleilothes hat. Fällt man ein Loth auf eine Horizontale, so sagt man, die Linien stehen vertikal = lothrecht aufeinander. Senkrecht = perpendikulär (⊥) heißt jede gerade Linie, wenn sie mit einer andern geraden einen rechten Winkel bildet.

Aufgaben.

Fig. 11.
1) In einem Punkte a der Geraden b d ist eine Senkrechte zu **errichten.**

Fig. 11.



Schneide aus a nach e und f gleiche Theile ab und beschreibe aus e und f mit gleichem Radius Kreisbogen in g und h, so ist die Verbindungslinie dieser Durchschnitte (a h) eine Senkrechte (Normale).

Fig. 12.

2) In der Mitte c der Geraden a b ist eine Senkrechte zu errichten.

Schlage mit beliebigem aber gleichem Radius Kreisbogen in h und f aus a und b und verbinde in der Richtung von fh c mit h.

Anm. Dasselbe gilt, wenn a b schief gerichtet, da c h mit a b auch hier R bildet.

Fig. 12.

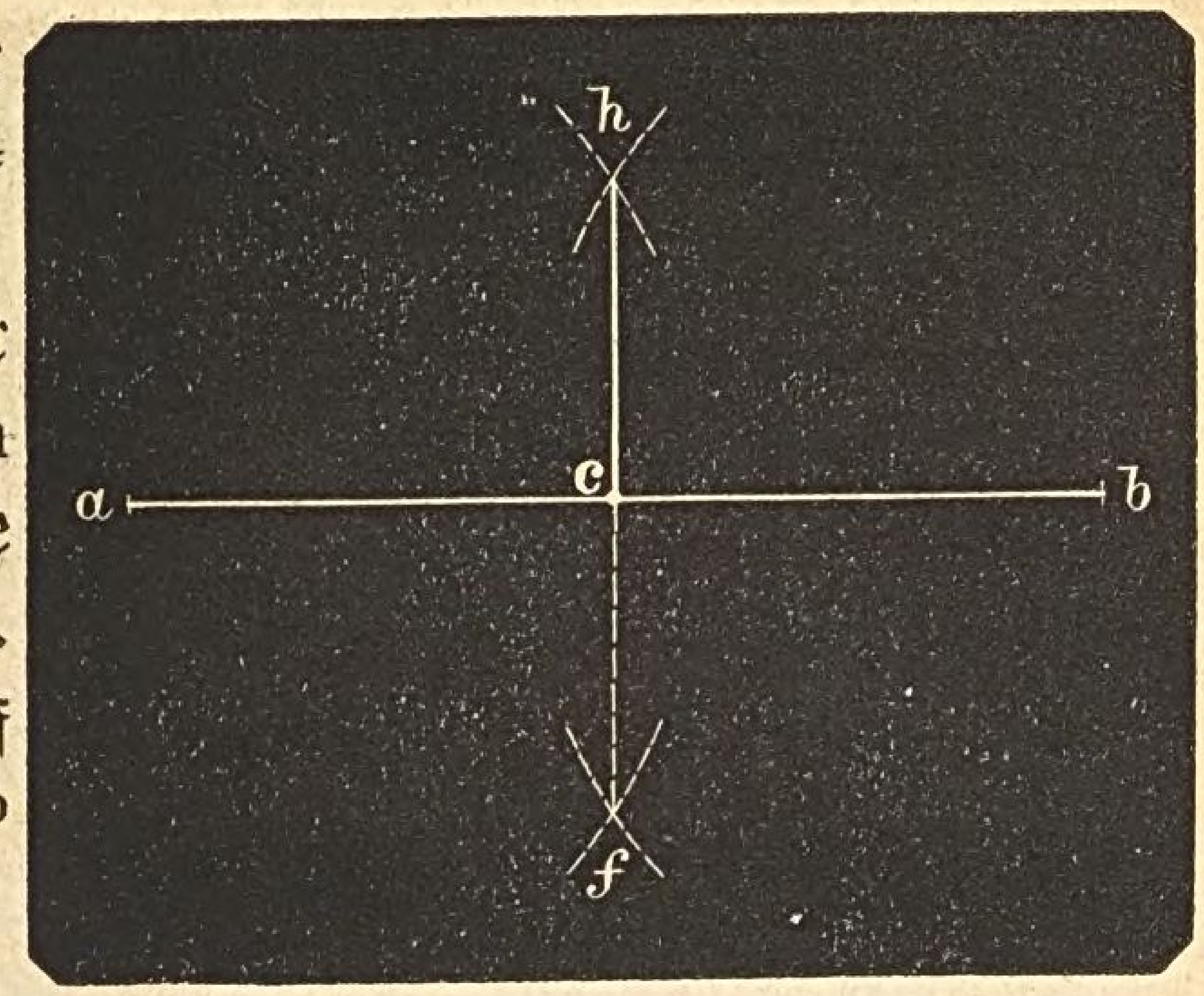


Fig. 13.

3) Am Ende einer Geraden eine Senkrechte zu errichten.

a) Beschreibe aus d mit beliebiger Zirkelweite einen Kreisbogen c a e, trage dieselbe Zirkelöffnung aus c nach a und e und beschreibe mit gleichem Radius aus a und e Kreisbogen nach f; ziehe d f als ⊥.

Fig. 13.

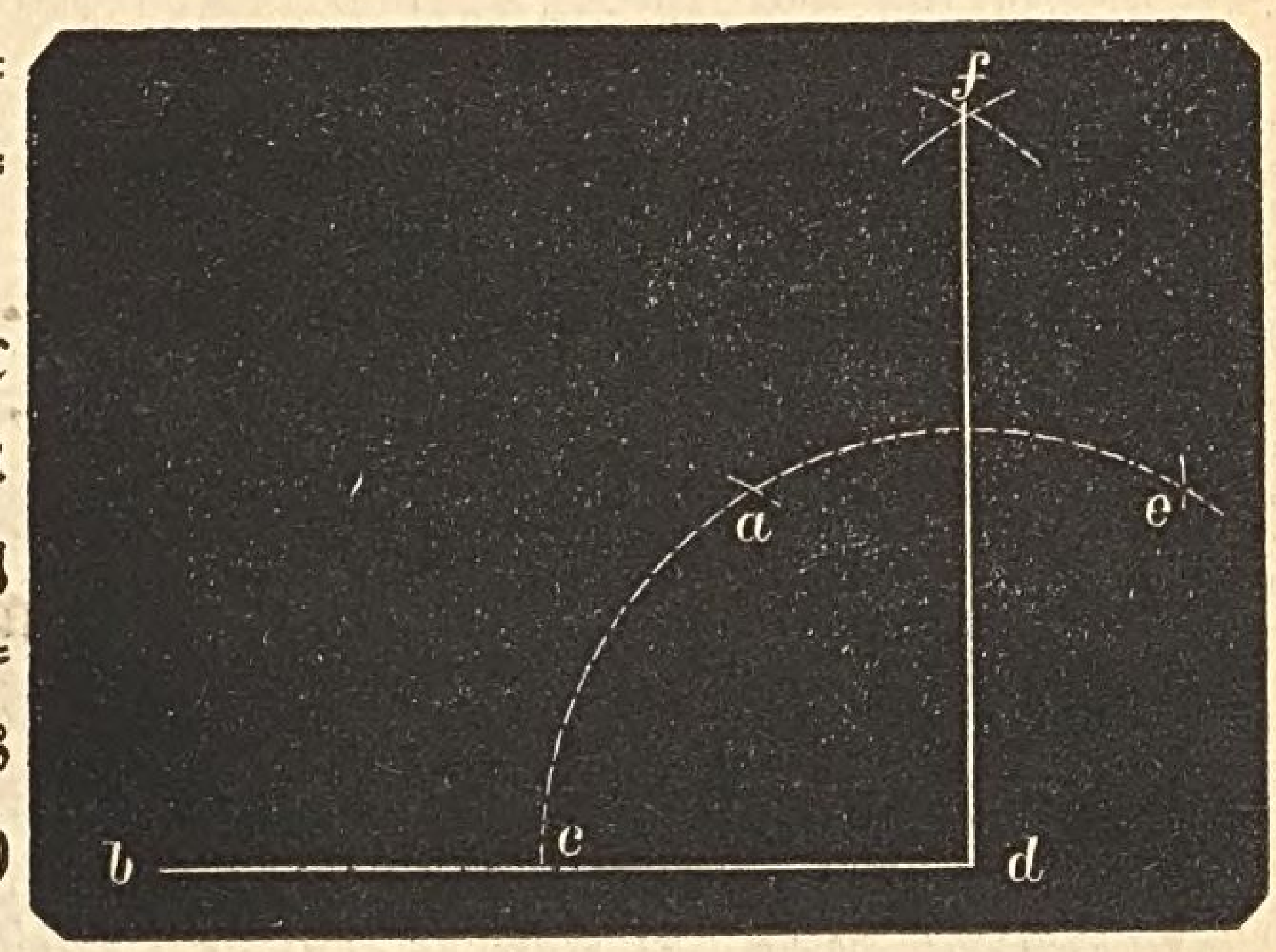


Fig. 14.

b) Beschreibe aus einem beliebig über a b genommenen Punkt c mit dem Radius c a einen Kreisbogen, der durch a geht und a b in einem Punkt d schneidet, dann ziehe d c bis zum Kreisbogen bei f und a f als die Senkrechte.

Fig. 14.

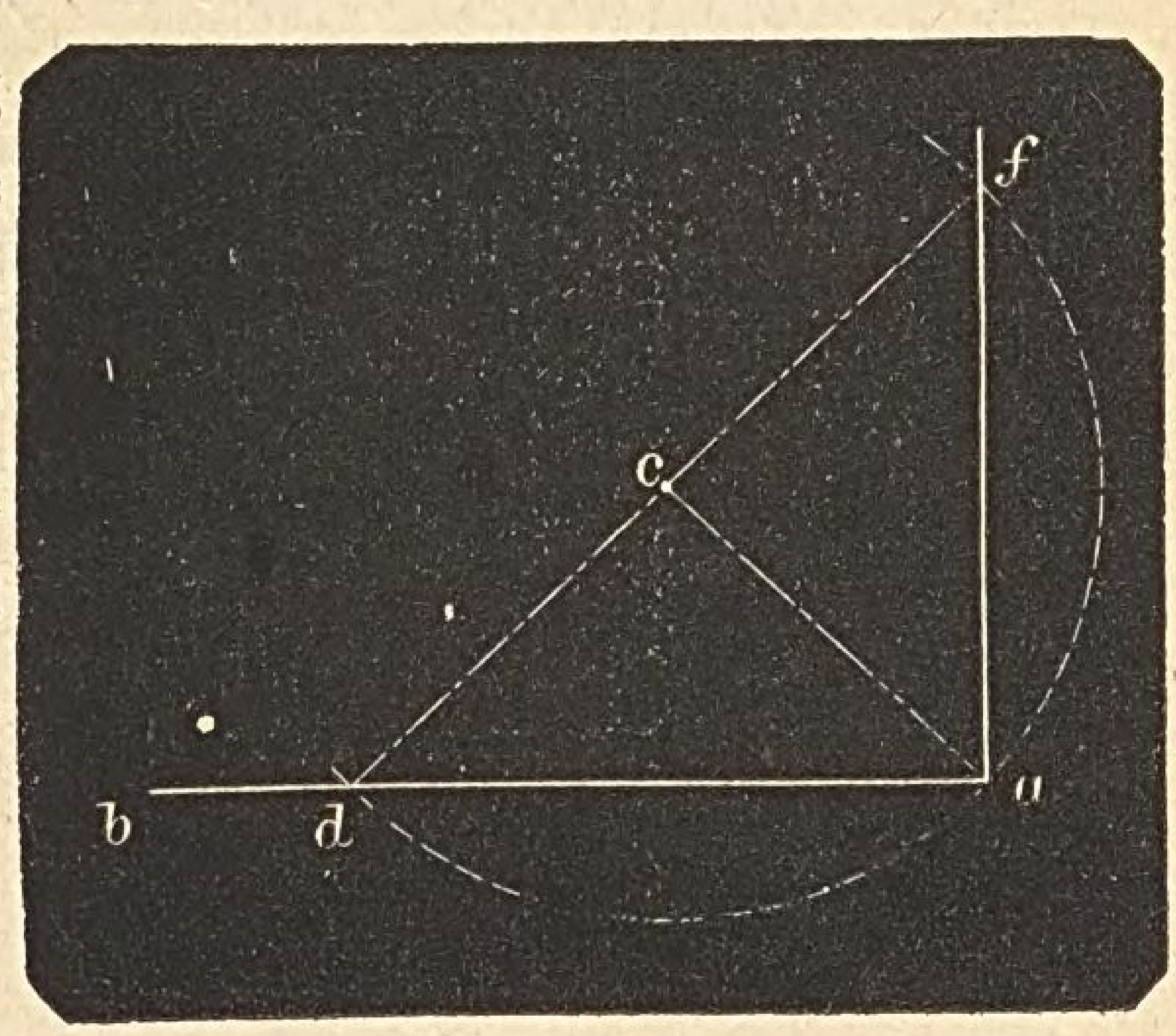
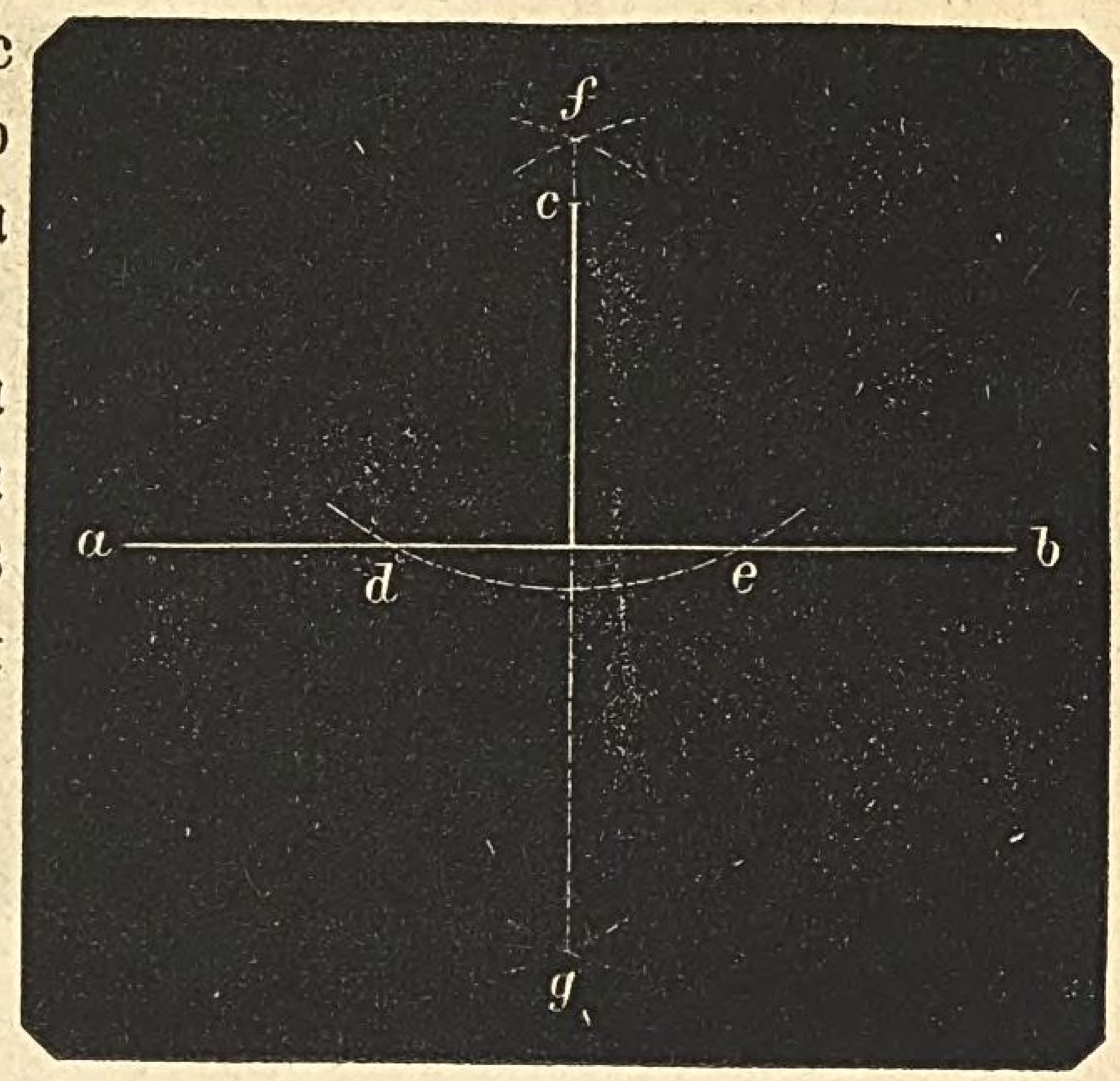


Fig. 15.

4) Von einem Punkt c außerhalb der Geraden a b eine Senkrechte auf a b zu **fällen.**

Aus c mit bel. Zirkelw. den Bogen d e, aus diesen Punkten mit bel., aber gleichem Radius die Kreisbogen f und g. f g geht durch c und steht ⊥ auf a b.

Fig. 15.



§. 6.

C. Theilung gerader Linien.

Die Lösungen dieser Aufgaben sind mehr oder weniger sicher. Das Beste, was der Lehrer bei den einfachen Constructionen thun kann, ist, daß er auf genaue Darstellung sieht.

Aufgaben.

Fig. 16.

1) Eine Linie in 2, 4, 8 ꝛc. gleiche Theile zu zerlegen.

Nachdem die Linie a b nach dem Verfahren, wie bei Fig. 12, in 2 gleiche Theile zerlegt, halbirt man auch die Hälften ꝛc. ꝛc.

Fig. 16.

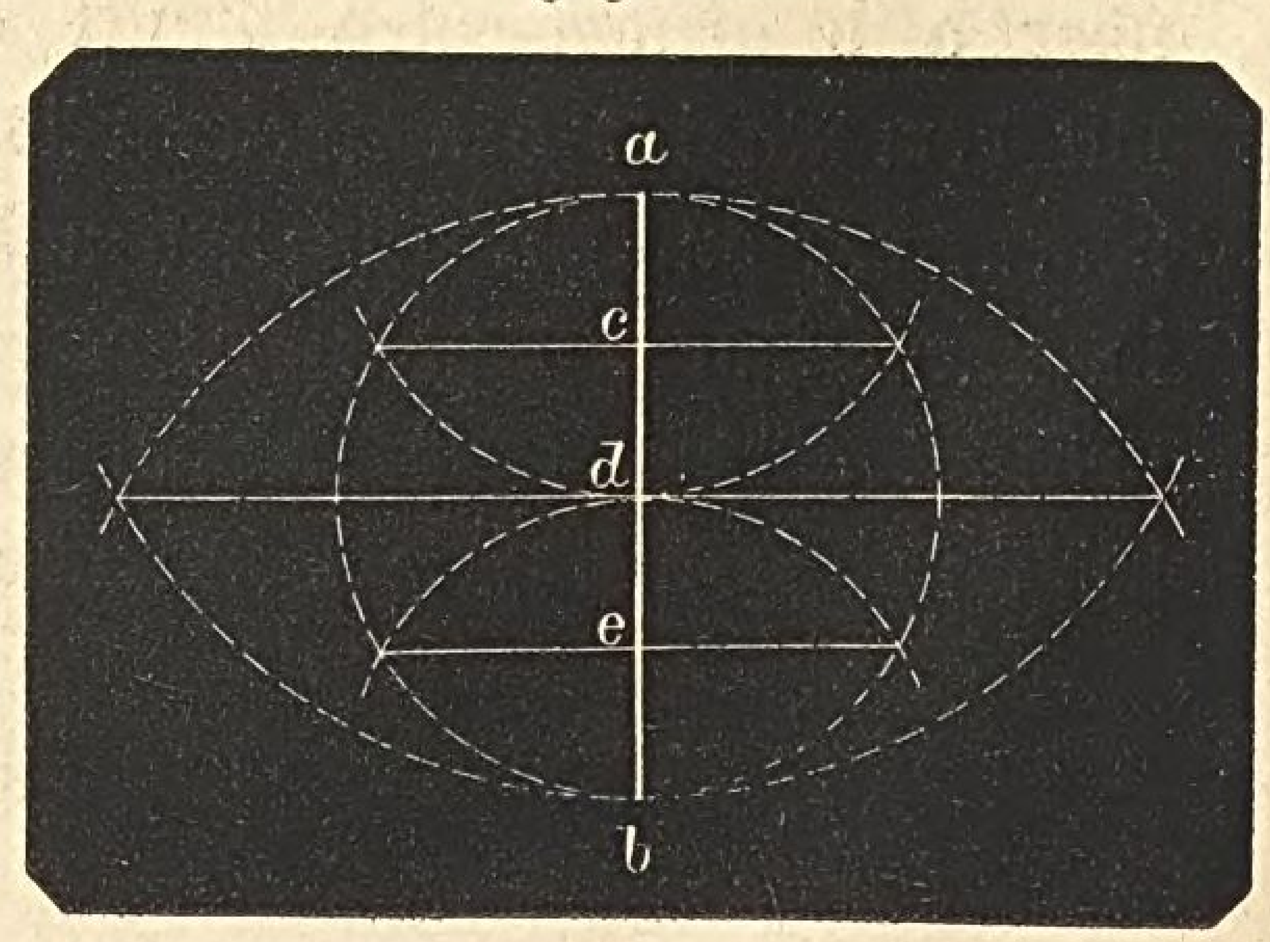
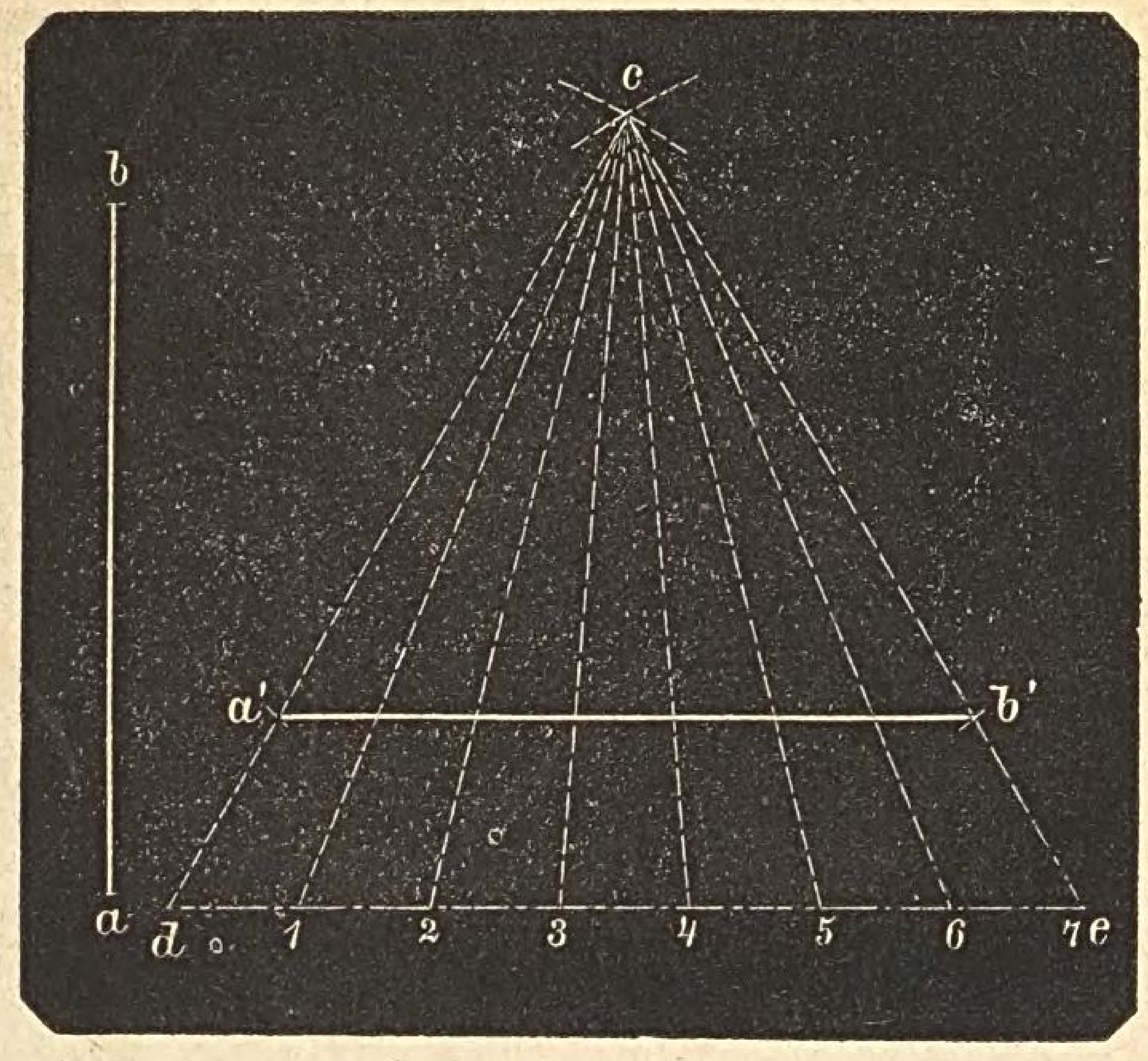


Fig. 17.

2) Eine gegebene gerade Linie a b in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile zu theilen. (hier in 7).

Fig. 17.

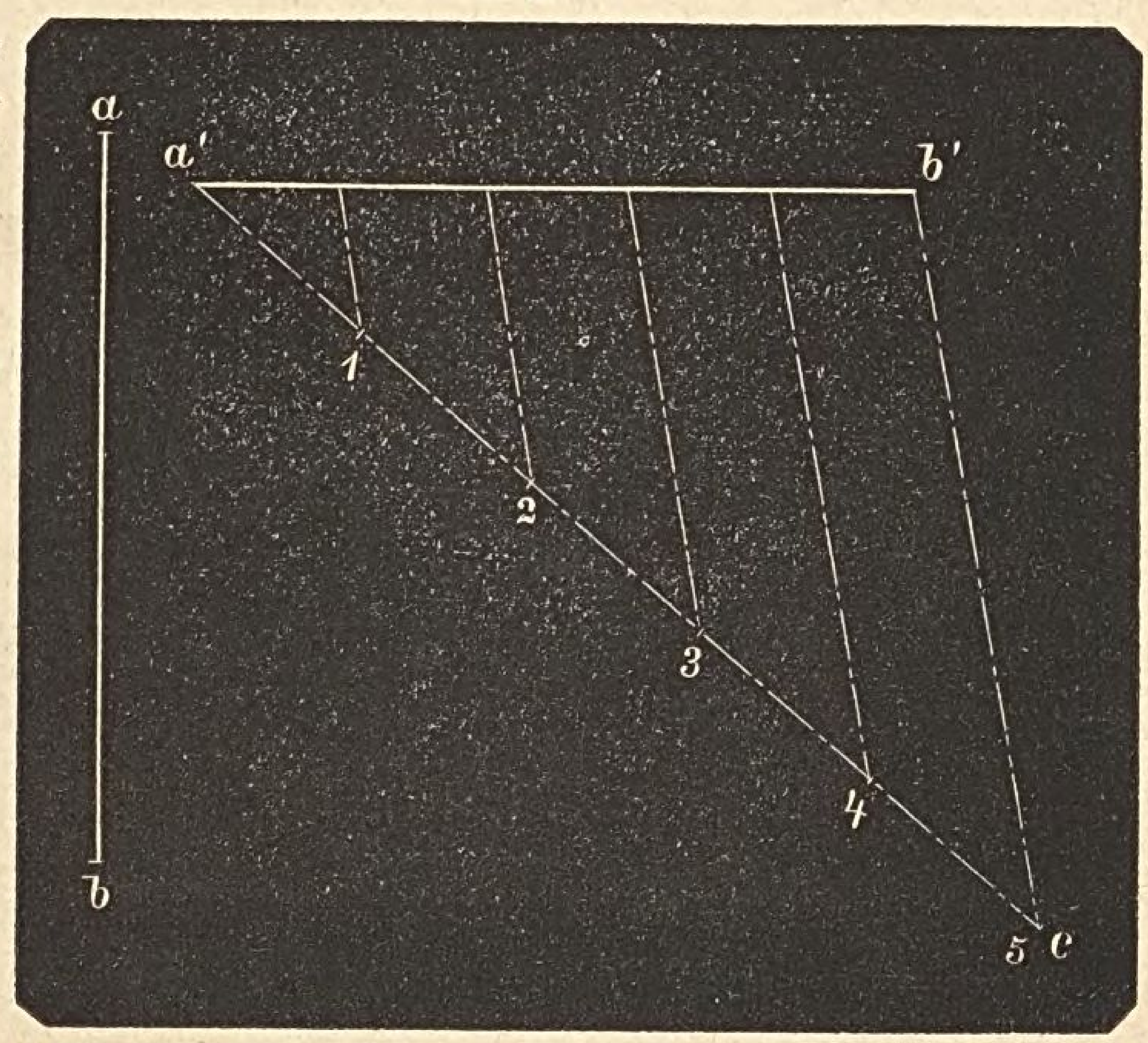


Man trage auf eine Gerade d e ein beliebig genommenes Maß 7 mal auf, beschreibe aus d u. e Kreisbogen (mit der Geraden im Zirkel) bei c, welchen Punkt man mit allen Theilungspunkten verbindet und trägt endlich das Maß a b von c nach a', sowie von c nach b'. Damit ist die Linie a' b' = a b in 7 gleiche Theile zerlegt.

Fig. 18.

3) Eine gegebene Gerade in a b in bel. viel gleiche Theile zu theilen.

Fig. 18.



a) Man ziehe a' b' und mache sie = a b. In beliebiger Richtung lege man an a die Linie a c und trage auf dieselbe von a' aus beliebig viele (hier 5), gleiche Theile auf; dann verbinde man den Endpunkt der aufgetragenen Theile mit b' und ziehe zu 5 b' aus 4, 3, 2 und 1 Parallelen bis zur Linie a' b', die auf diese Weise in 5 gleiche Theile zerlegt wird.

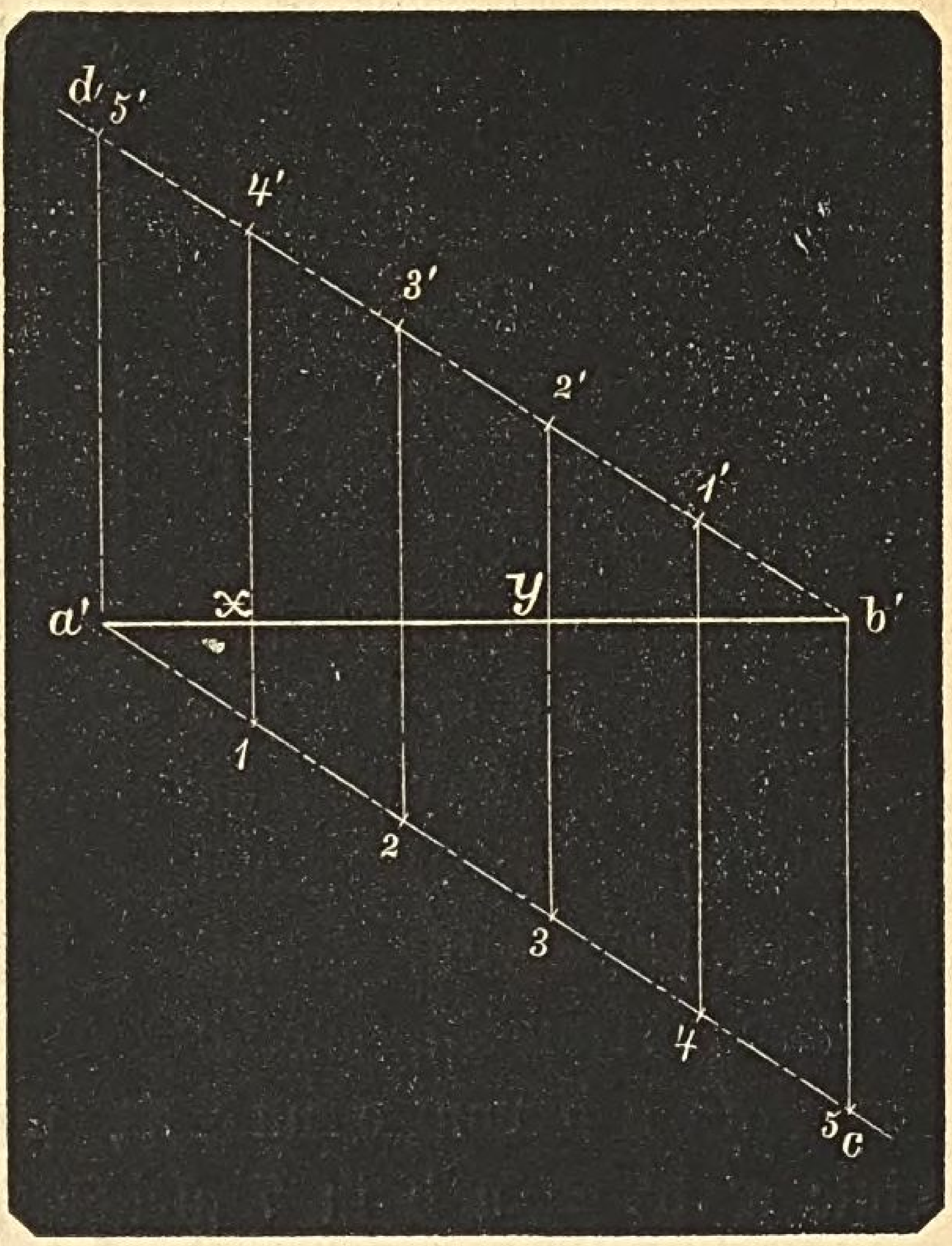
Um ein sicheres Resultat zu erzielen, verfahre man auf folgende Weise:

Fig. 19.

b) Man lege auch an den andern Endpunkt b′ eine Linie b′ d, jedoch so, daß sie mit der von a′ ausgehenden a′ c || läuft; trage die 5 gleichen Theile von a′ c auch auf b′ d ab und ziehe die Geraden 5 b′, 4 1′, 3 2′ 2c., so schneiden dieselben a′ b′ in den verlangten Theilpunkten.

Anm. Auf gleiche Weise ist jeder begehrte Theil der Geraden, etwa 1/5 oder 3/5 2c. zu finden. So ist
a′x = 1/5 von a′b′
a′y = 3/5 „ a′b′.

Fig. 19.



§. 7.

D. Construction der Parallellinien.

Erklärung.

Fig. 20.

Gerade Linien, die so neben einander hinlaufen, daß sie sich in ihrer Verlängerung nie schneiden, nennt man parallel (||).

Fig. 20.

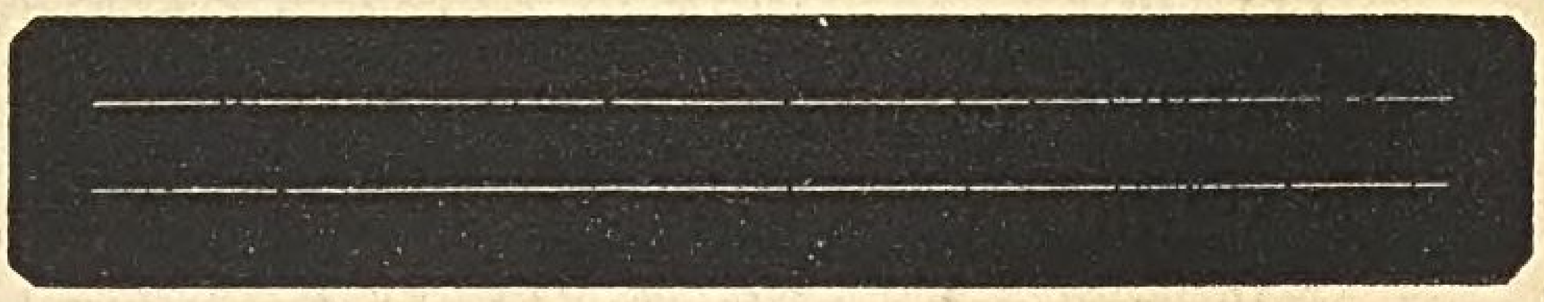
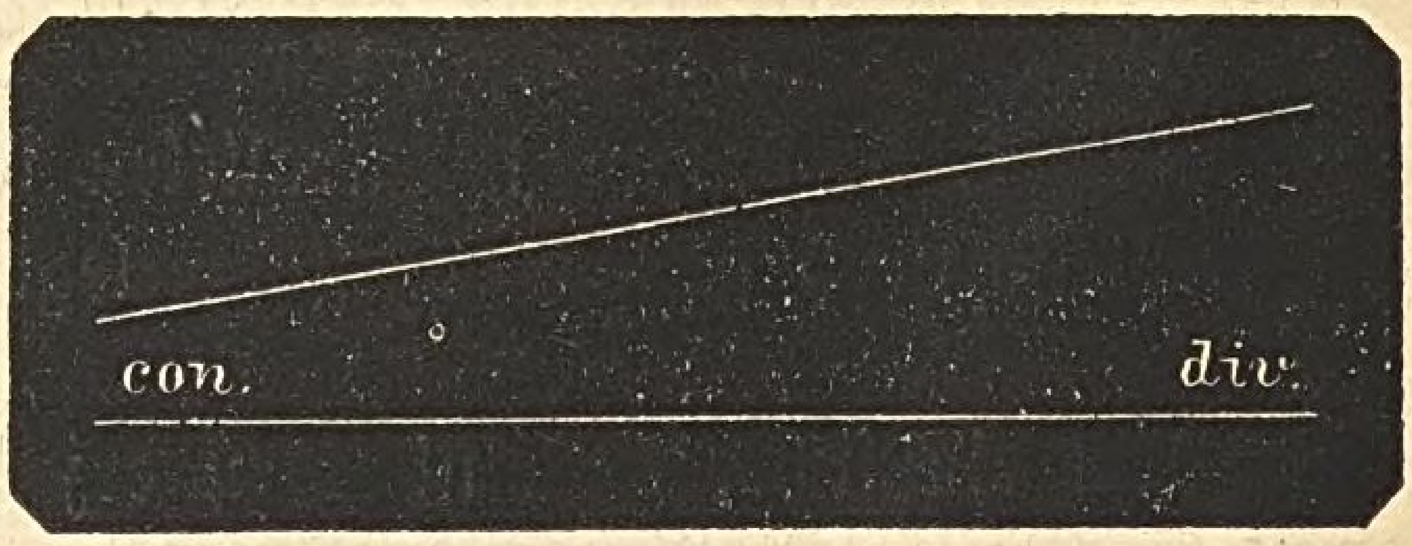


Fig. 21.

Gerade, nicht parallele Linien heißen auf der Seite, nach welcher sie zusammenlaufen, convergent, auf der andern, nach welcher sie auseinanderlaufen, divergent.

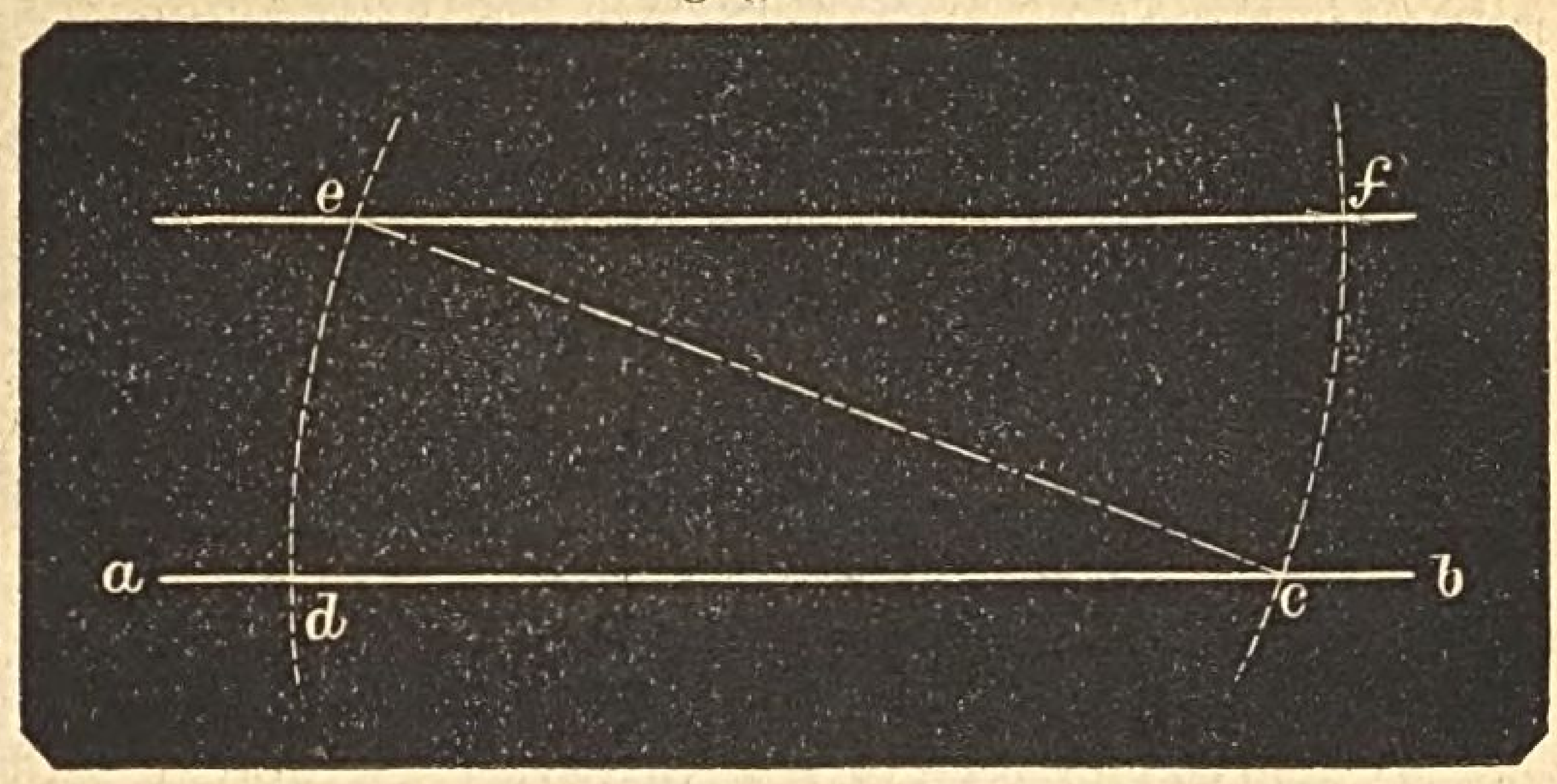
Fig. 21.



Aufgabe.

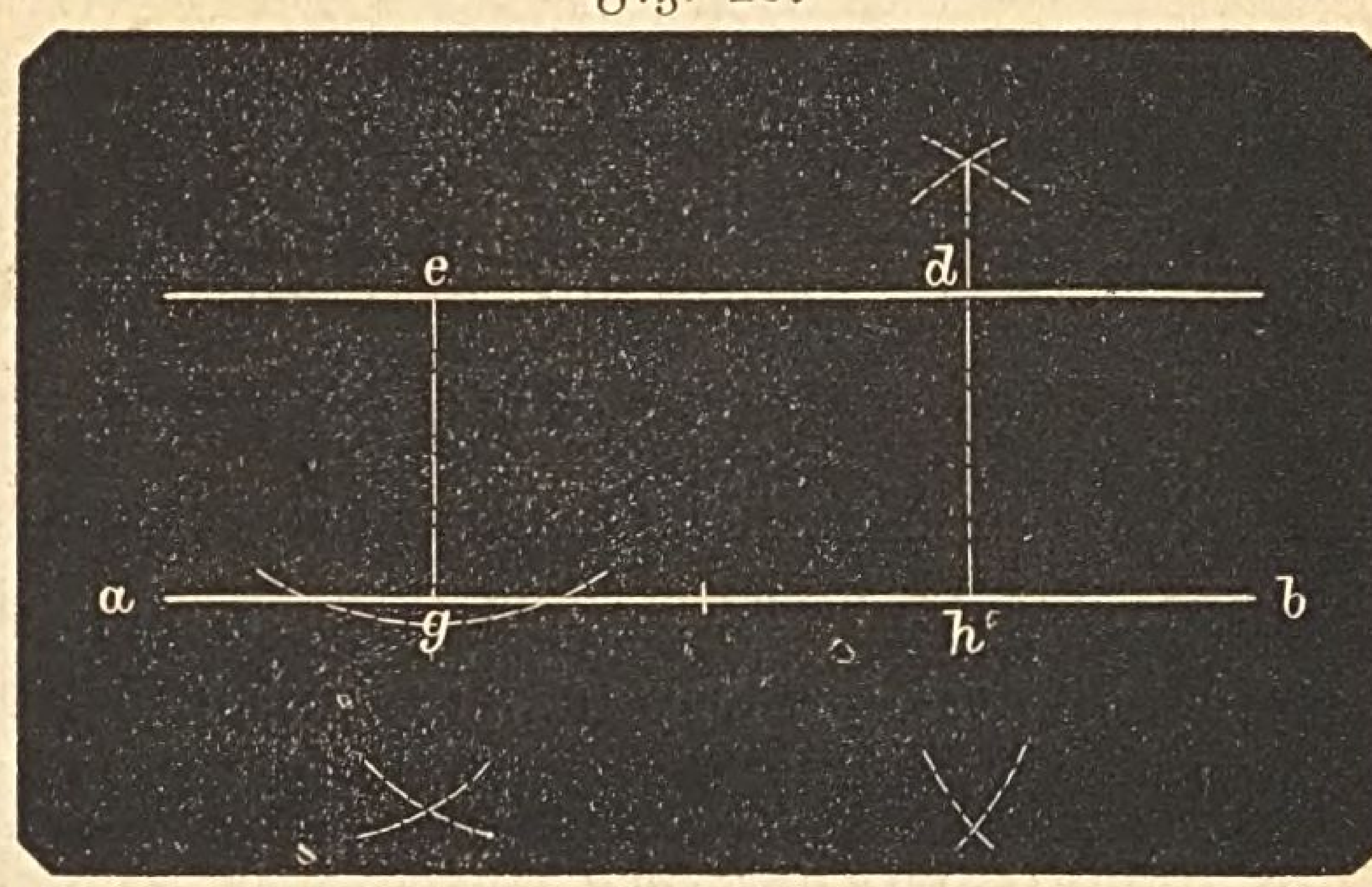
Durch den Punkt e ist eine Parallellinie zur Geraden a b zu ziehen.

Fig. 22.



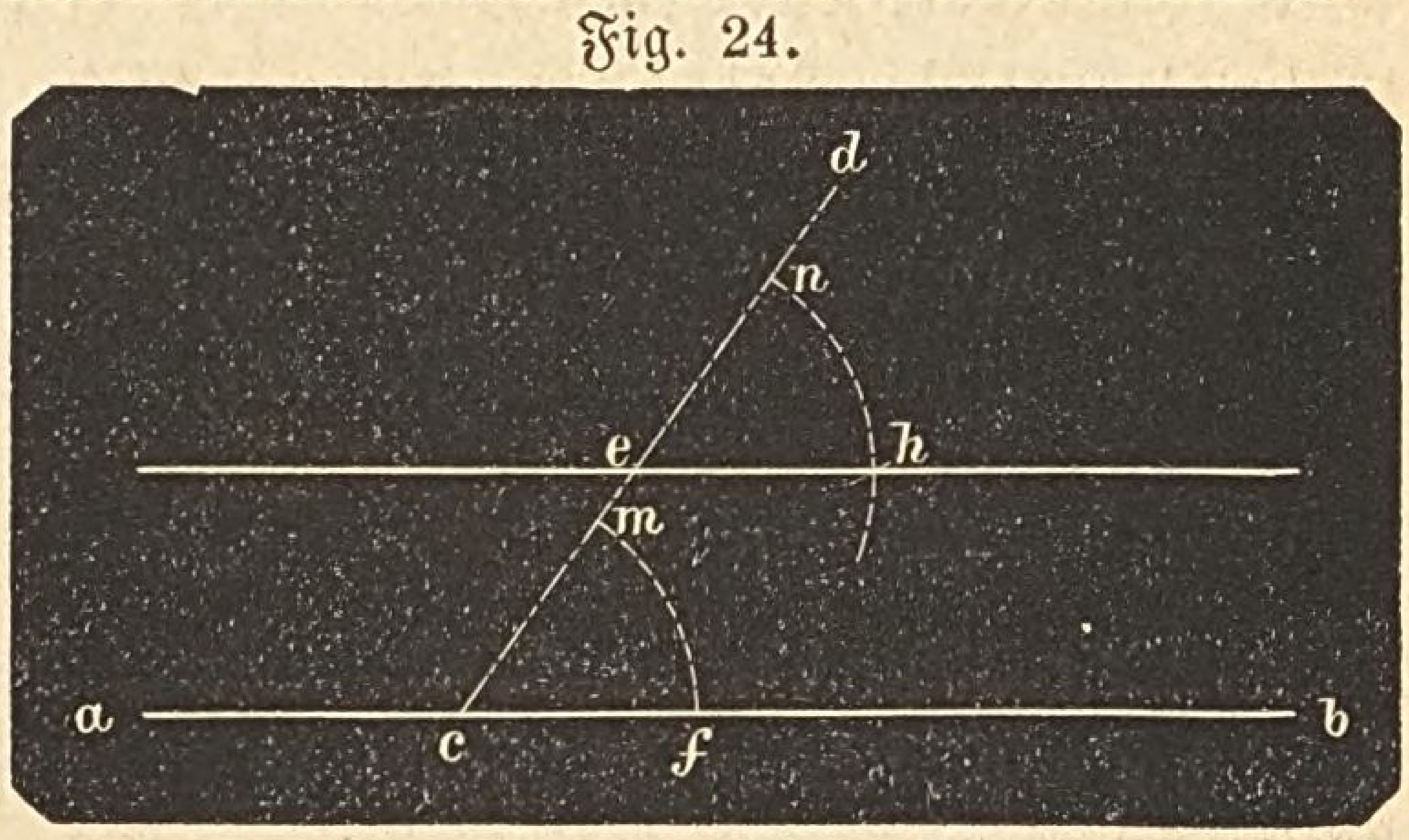
a) Setze mit beliebiger Zirkelöff. in e ein u. beschr. c f, mit demselben Radius aus c dann d e; trage d e nach c f, so geht die || zu a d durch e u. f.

Fig. 23.



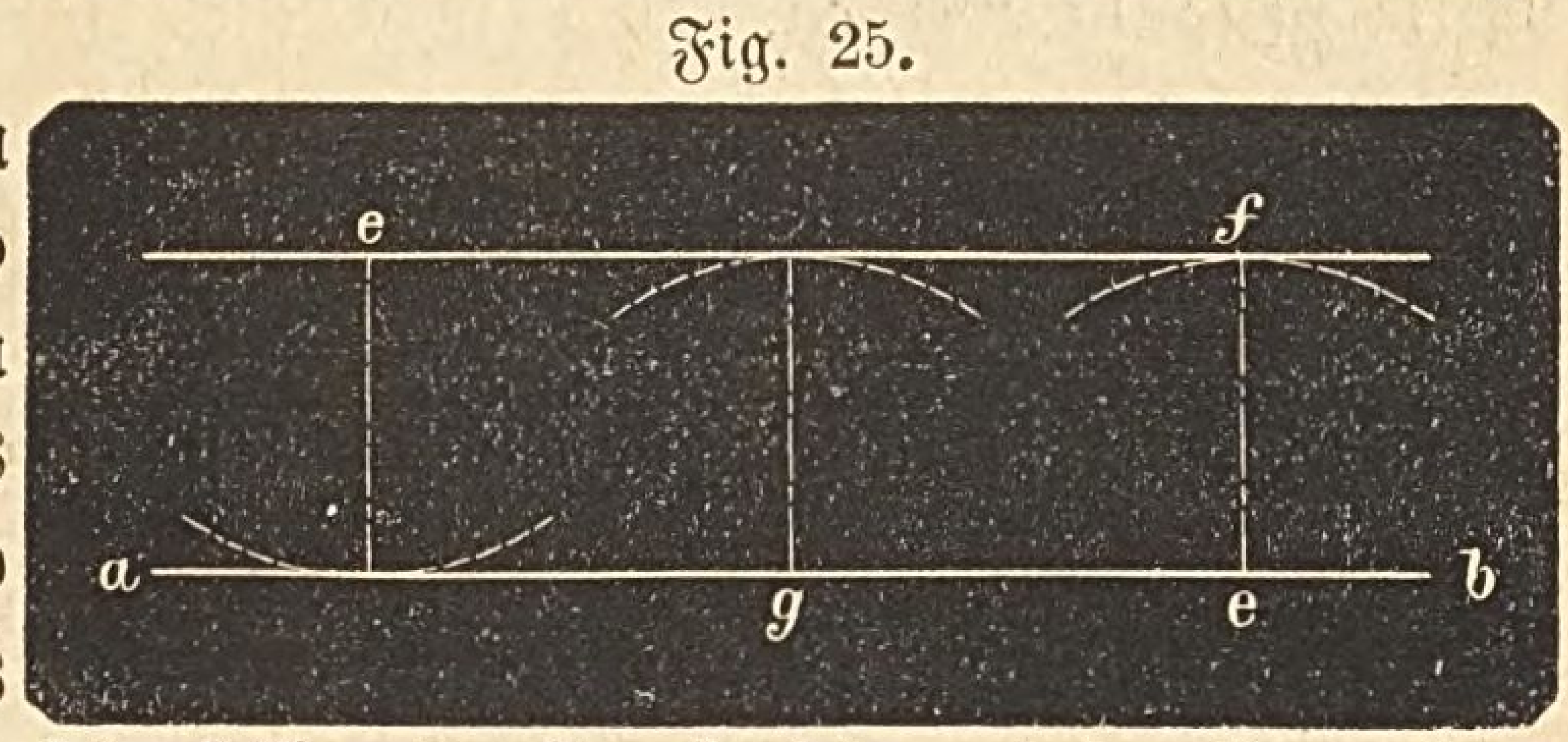
b) Man fälle von dem Punkte e eine Senkrechte auf a b und errichte eine solche in h. Trägt man g e nach h d, so geht die || zu a b durch e und d.

Fig. 24.



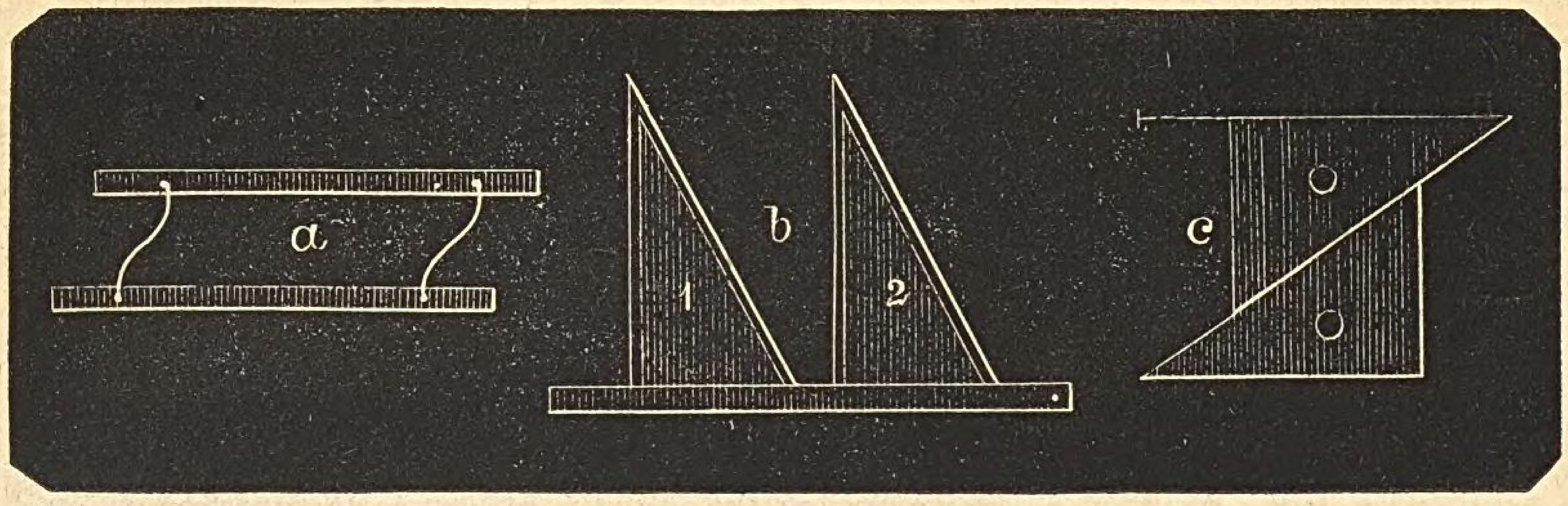
c) Man ziehe in ganz beliebiger Richtung die Linie c d durch e; beschreibe mit gleichen Radien Bögen aus c u. e und trage m f auf n h, so geht die || zu a b durch e und h.

Fig. 25.



d) Beschreibe aus e einen Kreisbogen, der a b berührt; mit derselben Zirkelöff. beschr. aus 2 bel. Punkten g und e Kreisbogen, so muß die Berührungslinie e f derselben || mit a b sein und durch e gehen.

Fig. 26.



Anm. Schneller noch bildet man Parallelen mit der am Reißbrett fest anliegenden Reißschiene, sodann a) durch das Parallellineal, b) durch Verschieben des Winkeldreiecks von 1 nach 2 am festliegenden Lineal, oder c) durch Verschieben zweier Winkeldreiecke an einander.

§. 8.

Von den Winkeln.

Erklärung.

Zwei gerade Linien, die von einem Punkte ausgehen, bilden einen Winkel. Oder: Wird eine Gerade um einen ihrer Endpunkte gedreht, so bildet die neue mit der ursprünglichen Lage der Linie einen Winkel. Diese Linien heißen die Schenkel des Winkels, der Punkt wird Scheitelpunkt genannt. Die von den Schenkeln begrenzte Ebene heißt Winkelraum, der > wird, je weiter die Schenkelenden auseinanderkommen, <, je mehr sie sich nähern. Unter Winkel versteht man daher die Neigung zweier von einem Punkt ausgehender Linien zu einander. Ein Winkel (∠) wird auf 3erlei Art bezeichnet:

Fig. 27.

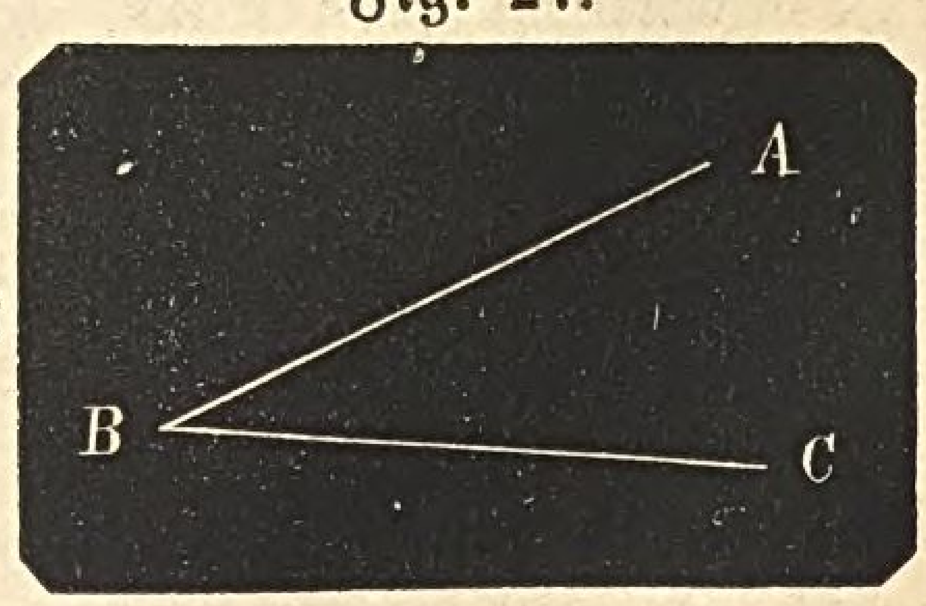


Fig. 27.

1) Mit 3 Buchstaben ABC. Der Buchstabe am Scheitelpunkt muß immer in der Mitte genannt werden.

Fig. 28.

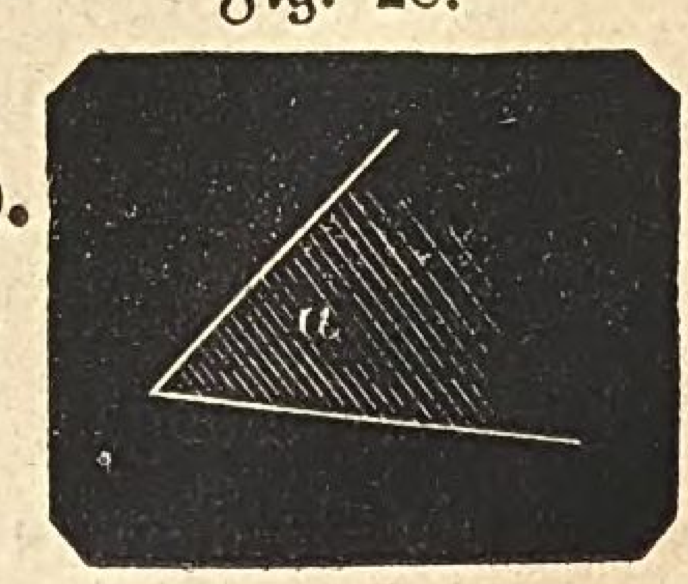


Fig. 28.

2) durch einen Buchstaben im Winkelraum (a).

Fig. 29.

3) Durch einen Buchstaben am Scheitel (o).

Fig. 29.

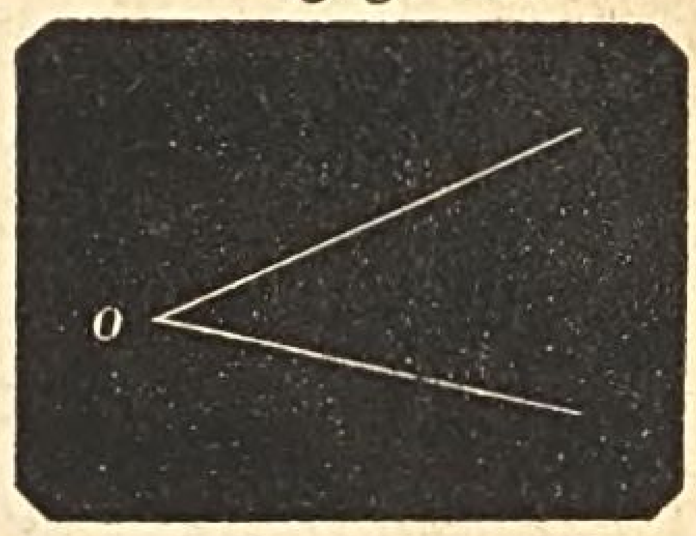


Fig. 30.

Durch die Verlängerung der Schenkel eines ∠ verändert sich seine Größe nicht (∠ a b c = ∠ d b e), wohl aber durch Verringerung der Neigung der Schenkel; ∠ f b c > ∠ a b c. Vermehrte Neigung gibt einen kleineren ∠.

Fig. 30.

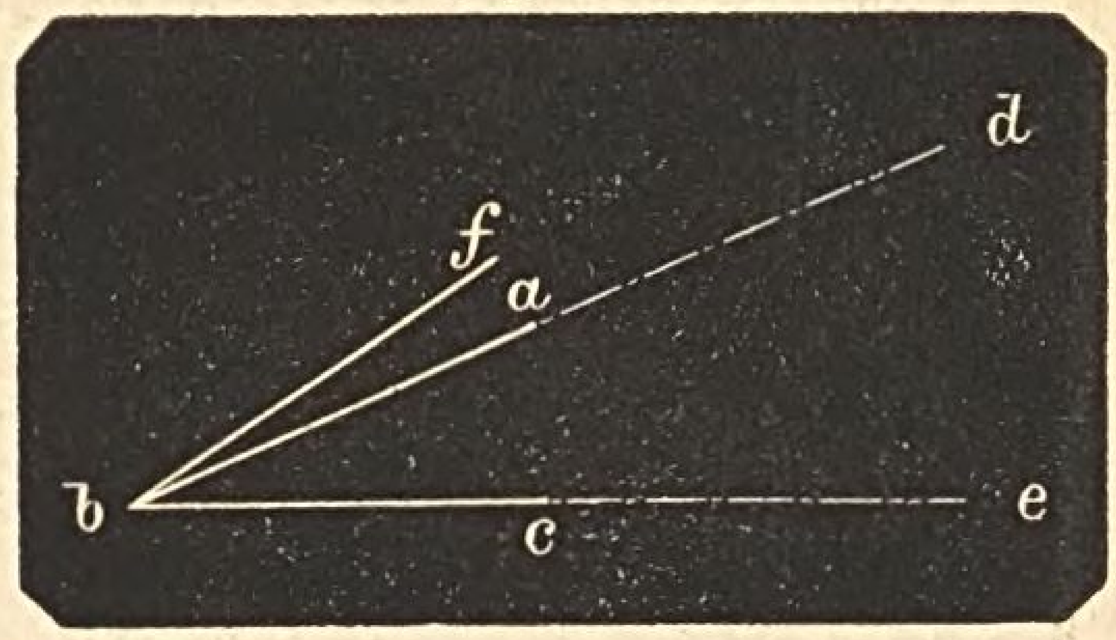


Fig. 31.

Zwei ∠ sind =, wenn ihre Scheitelpunkte a und b und ihre Schenkel c a und e b, d a und f b zusammenfallen, sich decken.

Fig. 31.

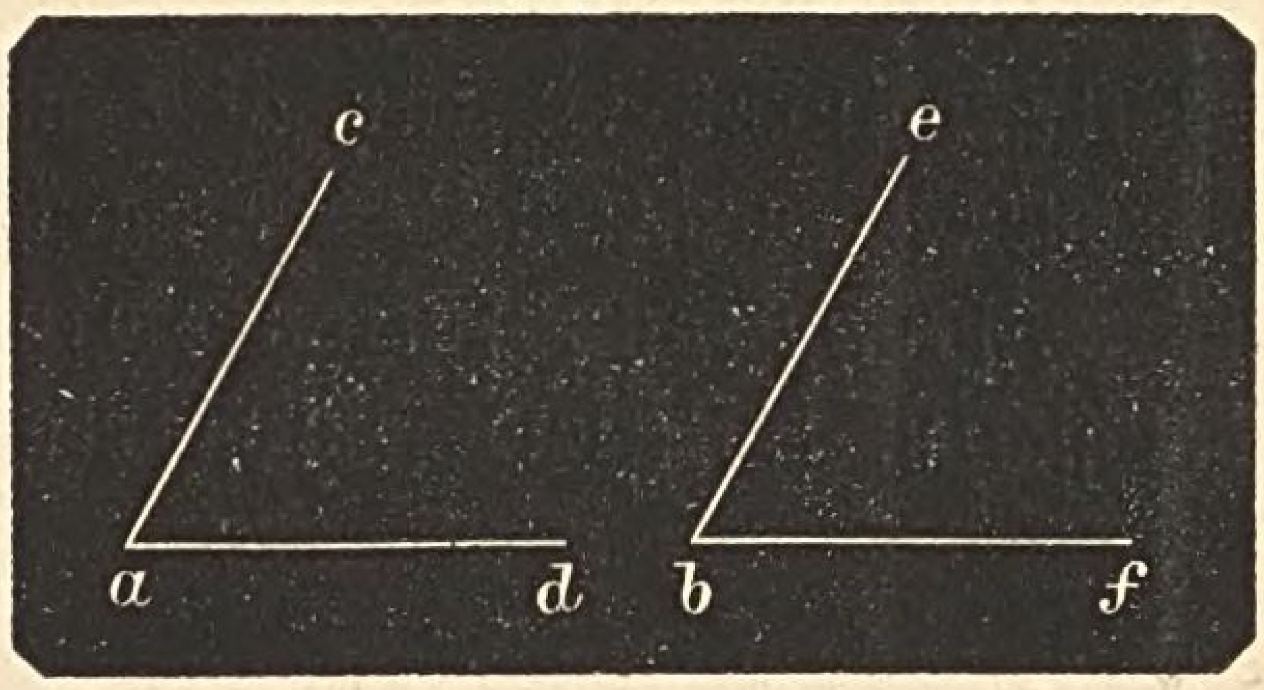


Fig. 32.

Zwei ∠ sind ungleich, wenn ihre Scheitelpunkte und ein Paar Schenkel sich decken, der eine Schenkel des 1. ∠ aber über den andern Schenkel des 2. ∠ hinausfällt. ∠ d e f > ∠ b e f; ∠ b e f; < ∠ d e f. —

Fig. 32.

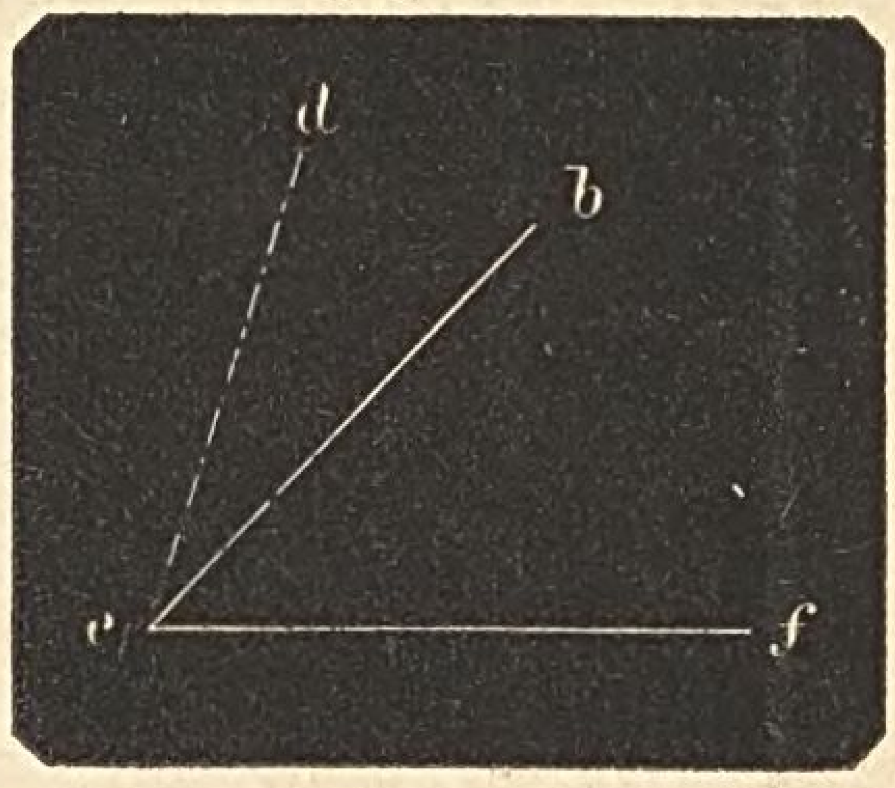


Fig. 33.

Bewegt man den Schenkel a b des ∠ c b a so lange um den Punkt b, bis er die Verlängerung von c b bildet, so entsteht ein gestreckter ∠ a' b c = π.

Fig. 33.

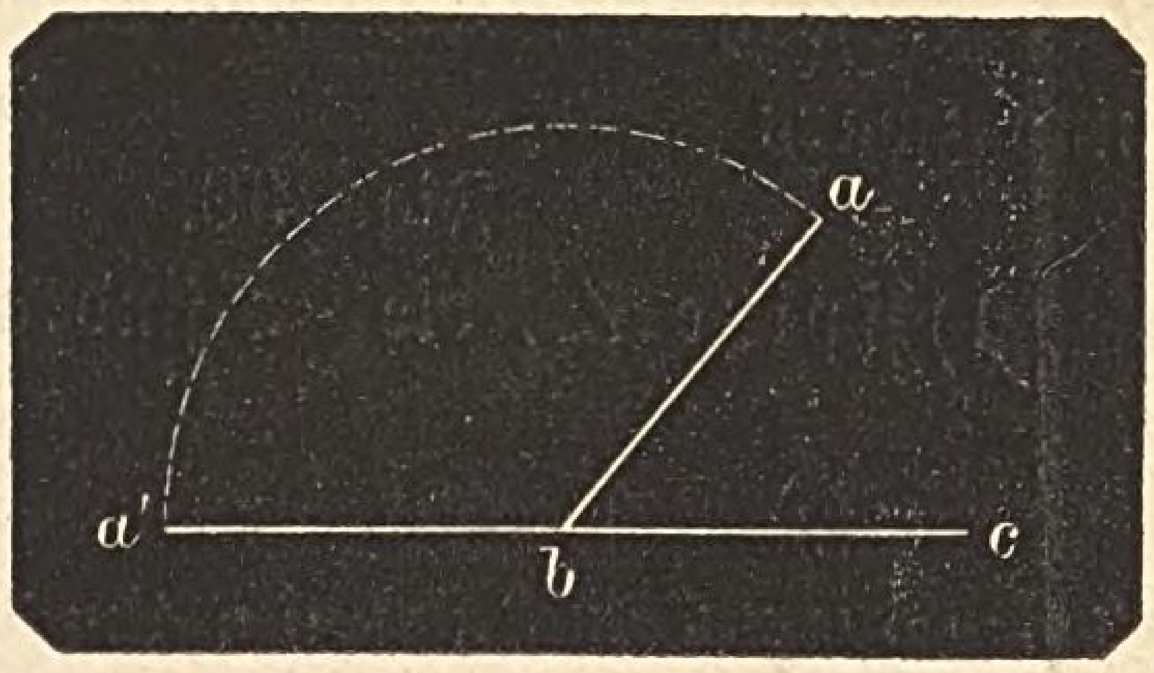
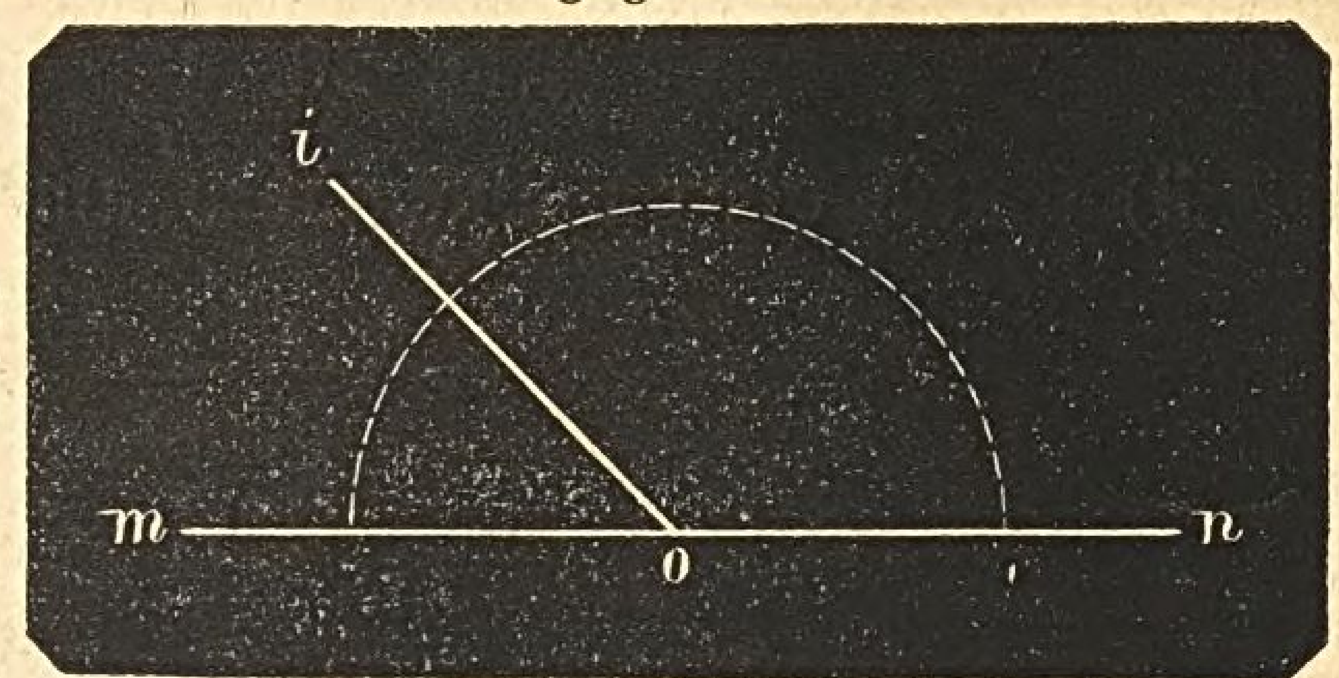


Fig. 34.

Zwei $\angle$, die einen gemeinschaftlichen Scheitelpunkt o und Schenkel o i haben, während die beiden andern Schenkel n o und o m eine Gerade m n bilden, heißen Nebenwinkel.

Fig. 34.

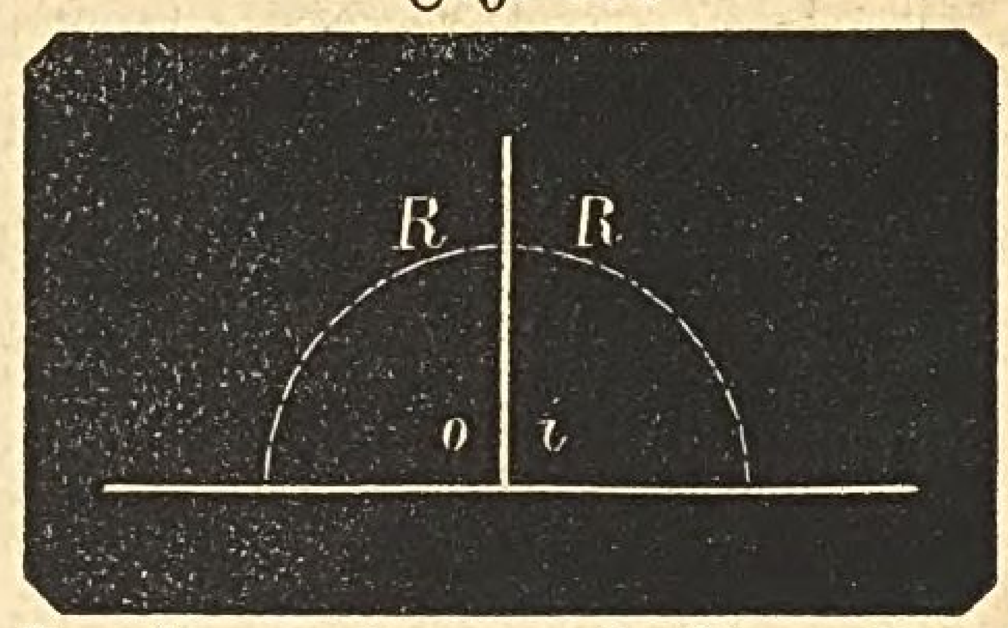


Die Summe der Neben $\angle$ ist gleich dem gestreckten $\angle$ mon $= 2$ R.

Fig. 35.

Sind Neben$\angle$ gleich, so heißt jeder ein rechter Winkel oder ein Rechter (R.); o ein R, i ein R.

Fig. 35.



Auch ihre Summe ist gleich dem gestreckten $\angle = 2$ R. Der rechte Winkel ist für alle andern ein Maß, da er eine bestimmte Größe hat; 2 R $=$ ein gestreckter. 2 $\angle$, deren Summe $= 2$ R $= \pi$, heißen Supplementswinkel, während Complementswinkel sich zu 1 R, und Implementswinkel zu 4 R ergänzen.

Fig. 36.

Jeder $\angle$, der $>$ als ein gestreckter, wird ein erhabener oder convexer $\angle$ genannt (a).

Fig. 36.

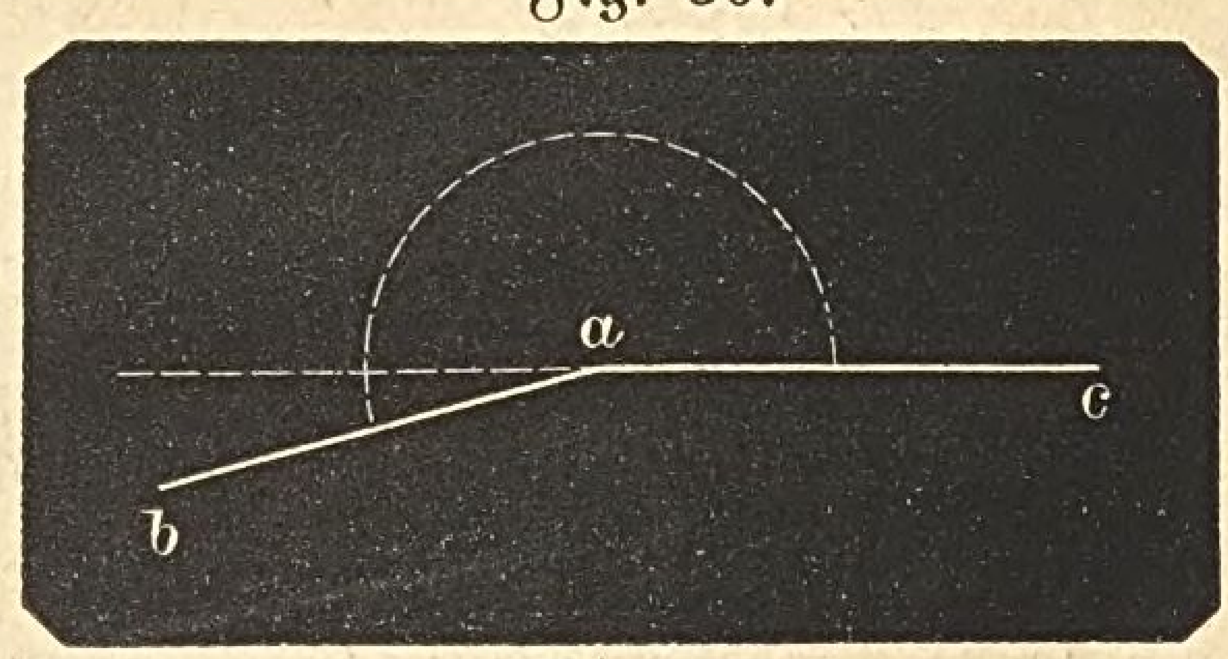
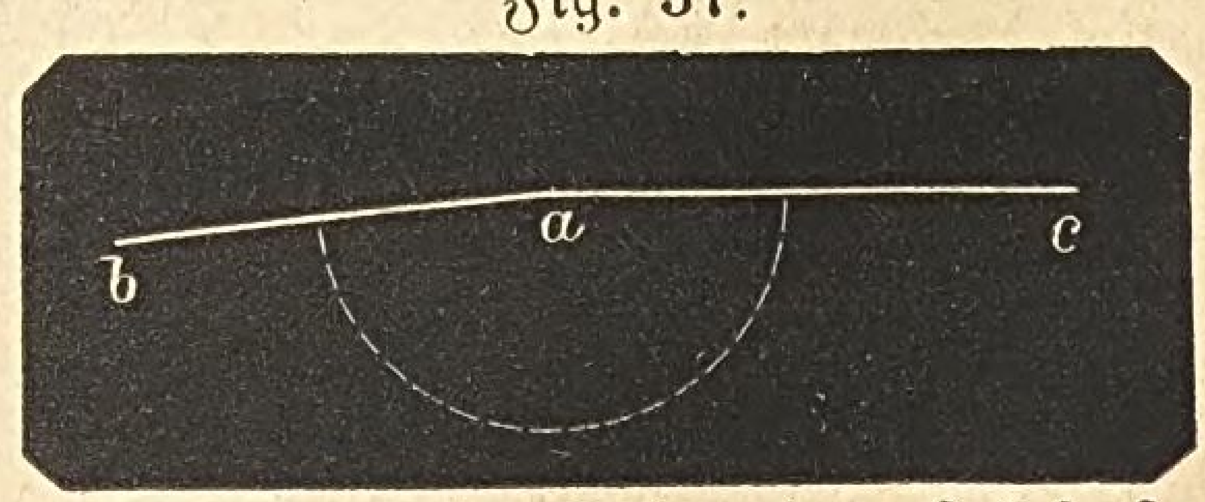


Fig. 37.

Jeder $\angle$, der $<$ als ein gestreckter, heißt ein hohler oder concaver $\angle$ (a).

Fig. 37.



Die hohlen $\angle$ sind entweder rechte $\angle$ (Fig. 35), oder schiefe und zwar:

Fig. 38.

1) spitze $\angle$, die $<$ sind als R;

Fig. 38.

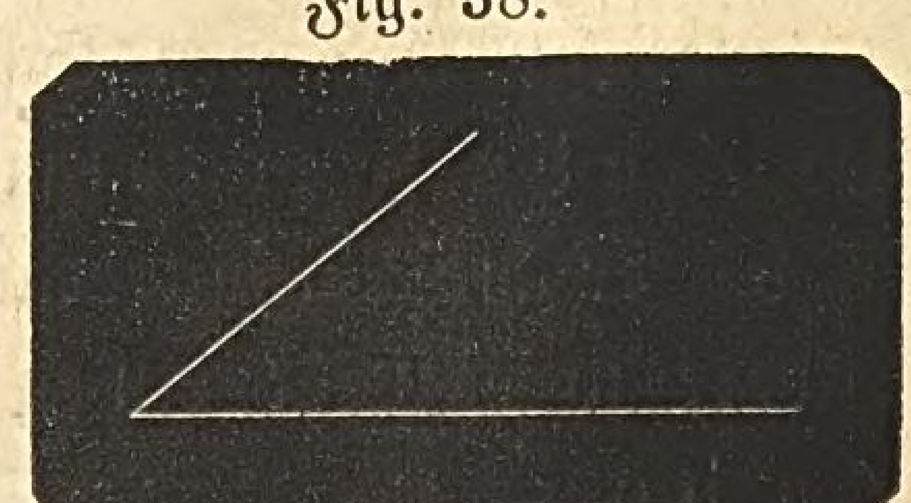


Fig. 39.

2) stumpfe ∠, die > sind als R.

Fig. 39.

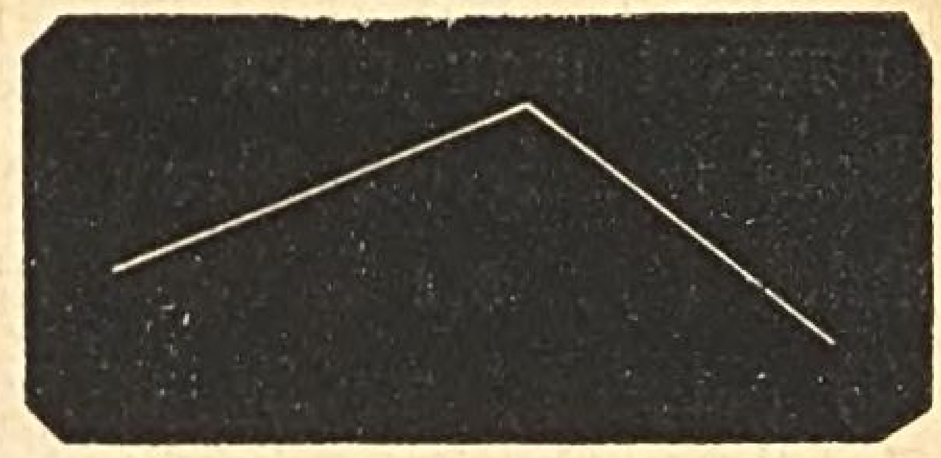


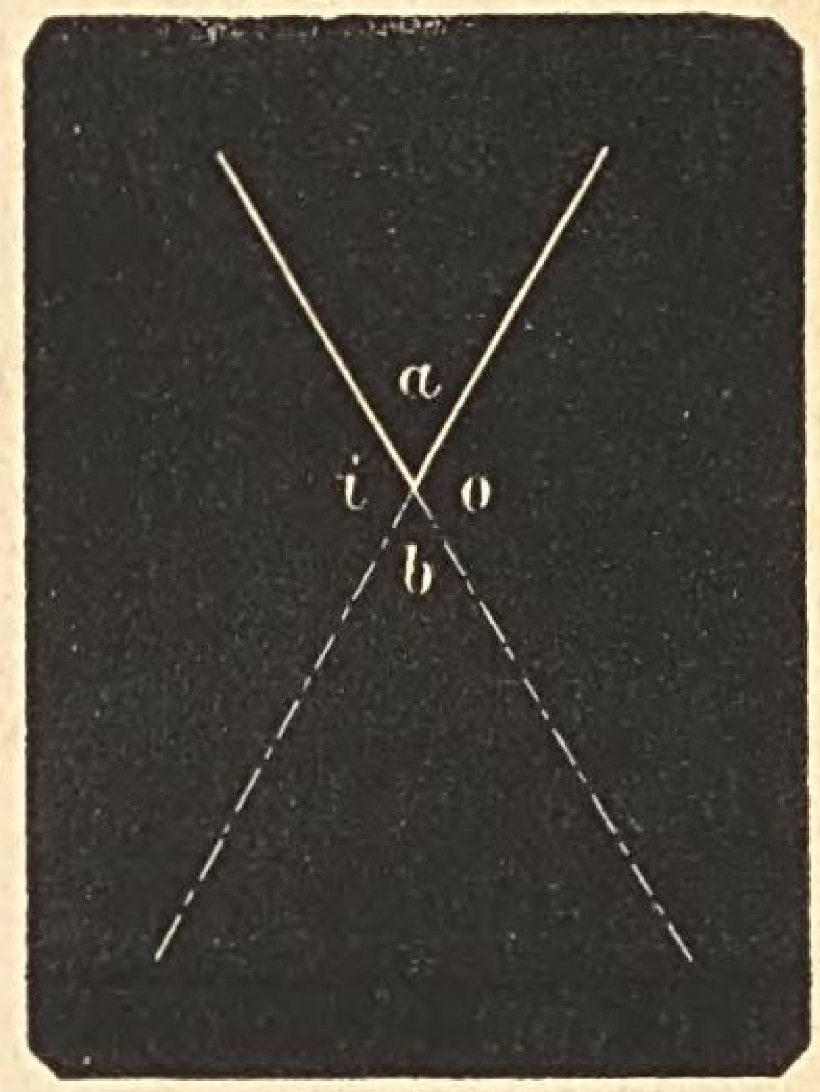
Fig. 40.

Die über den Scheitelpunkt hinaus verlängerten Schenkel eines ∠a bilden dessen Scheitelwinkel b. Zugleich entstehen 2 andere Scheitel ∠ o und i. Scheitel ∠ sind einander gleich.

Denn ∠ a + ∠ o = 2 R } als Neben ∠
∠ o + ∠ b = 2 R }
∠ o = ∠ o

Also ∠ a = ∠ b.

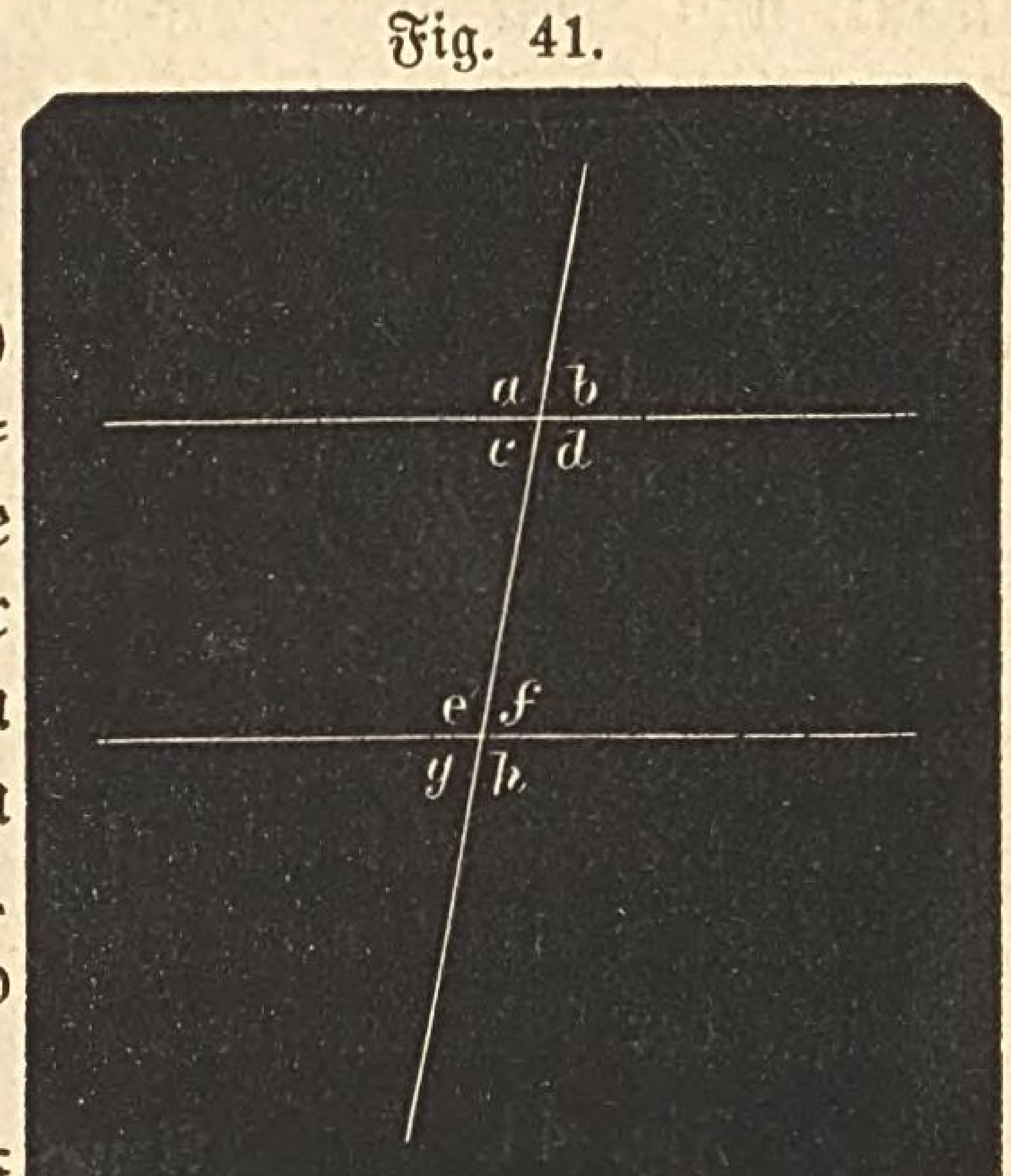
Fig. 40.



Werden 2 gerade Linien durch eine dritte geschnitten, so entstehen:

Fig. 41.

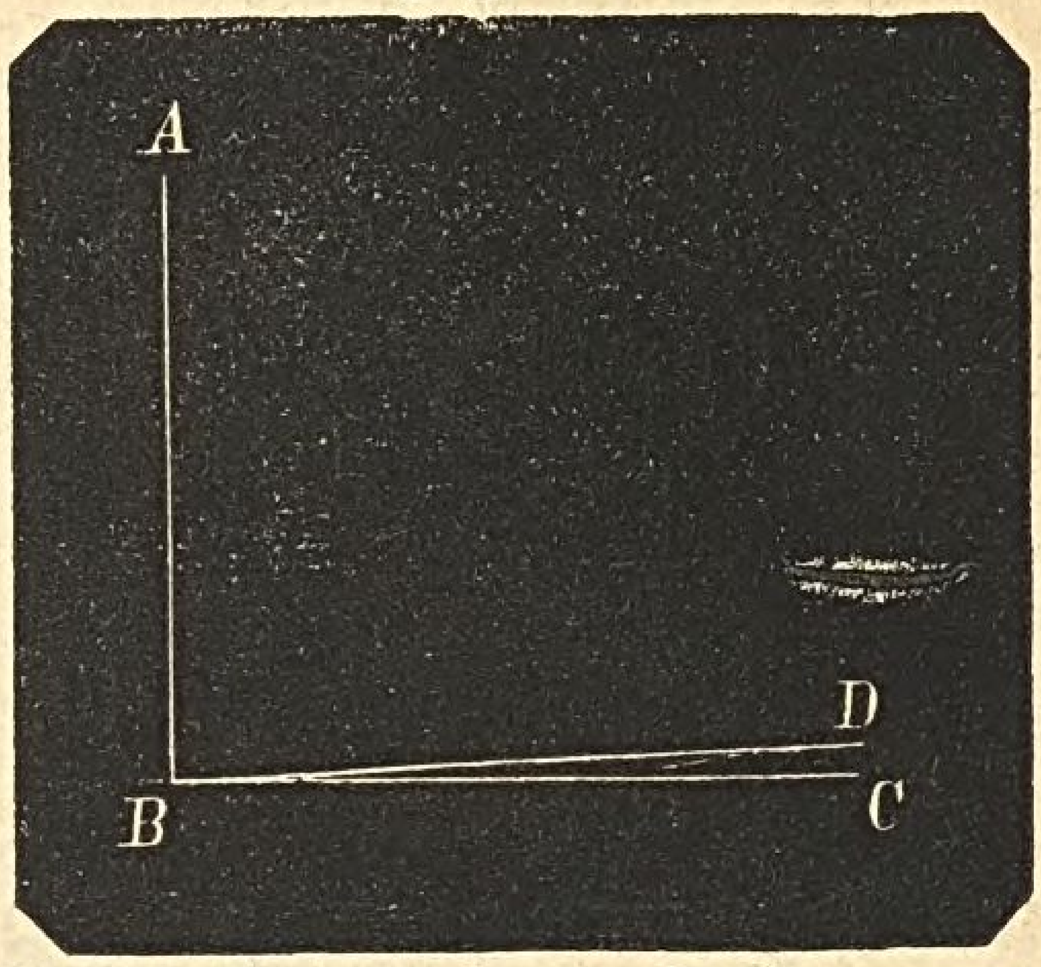
Fig. 41.



1) 4 innere ∠ (c e d f) und 4 äußere ∠ (a g b h);
2) 4 Paar Gegenwinkel, auch correspondirende oder gleichliegende ∠ genannt, welche immer an derselben Seite der schneidenden Linie liegen. Dazu gehört immer ein innerer und ein äußerer, die aber nicht Neben ∠ sein dürfen. (c, g; a, e; d, h und b, f).
3) 4 Paar Wechselwinkel, die auf verschiedenen Seiten der Schneidelinie liegen, ohne Neben ∠ zu sein. (Aeußere a, h; b, g), innere (c, f; d, e).

Vom Winkelmaß. Zur Ausmessung eines Winkels muß das Maß selbst ein ∠ sein. Man benutzt dazu, wie oben bemerkt, den rechten ∠ oder bestimmte kleinere Theile desselben. Denkt man sich den R in 90 kleinere gleiche ∠ getheilt (Fig. 42 sei

Fig. 42.



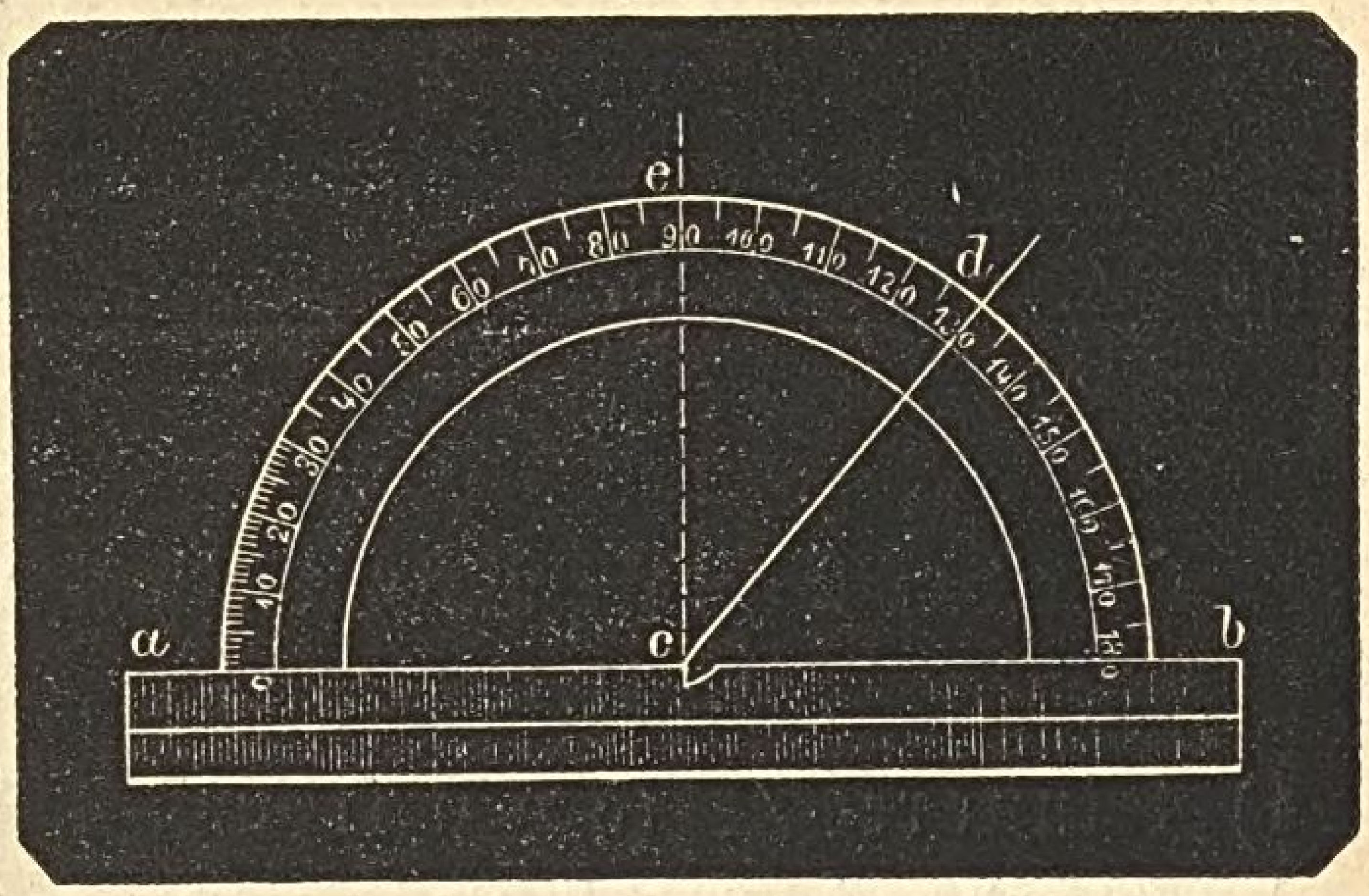
$\angle$ D B C der 90. Theil von $\angle$ A B C), so nennt man einen solchen Theil einen Grad (°). Jeder Grad wird in 60 Minuten ('), die Minute in 60 Sekunden ('') getheilt, welche wegen ihrer Kleinheit nicht dargestellt werden können. Der rechte Winkel ist also:

$$R = 90^{\circ} = 5400' = 324{,}000''.$$

Auf dieser Eintheilung beruht die Eintheilung eines Instrumentes, das man **Winkelmesser** oder **Transporteur** nennt.

Fig. 43.

Fig. 43.



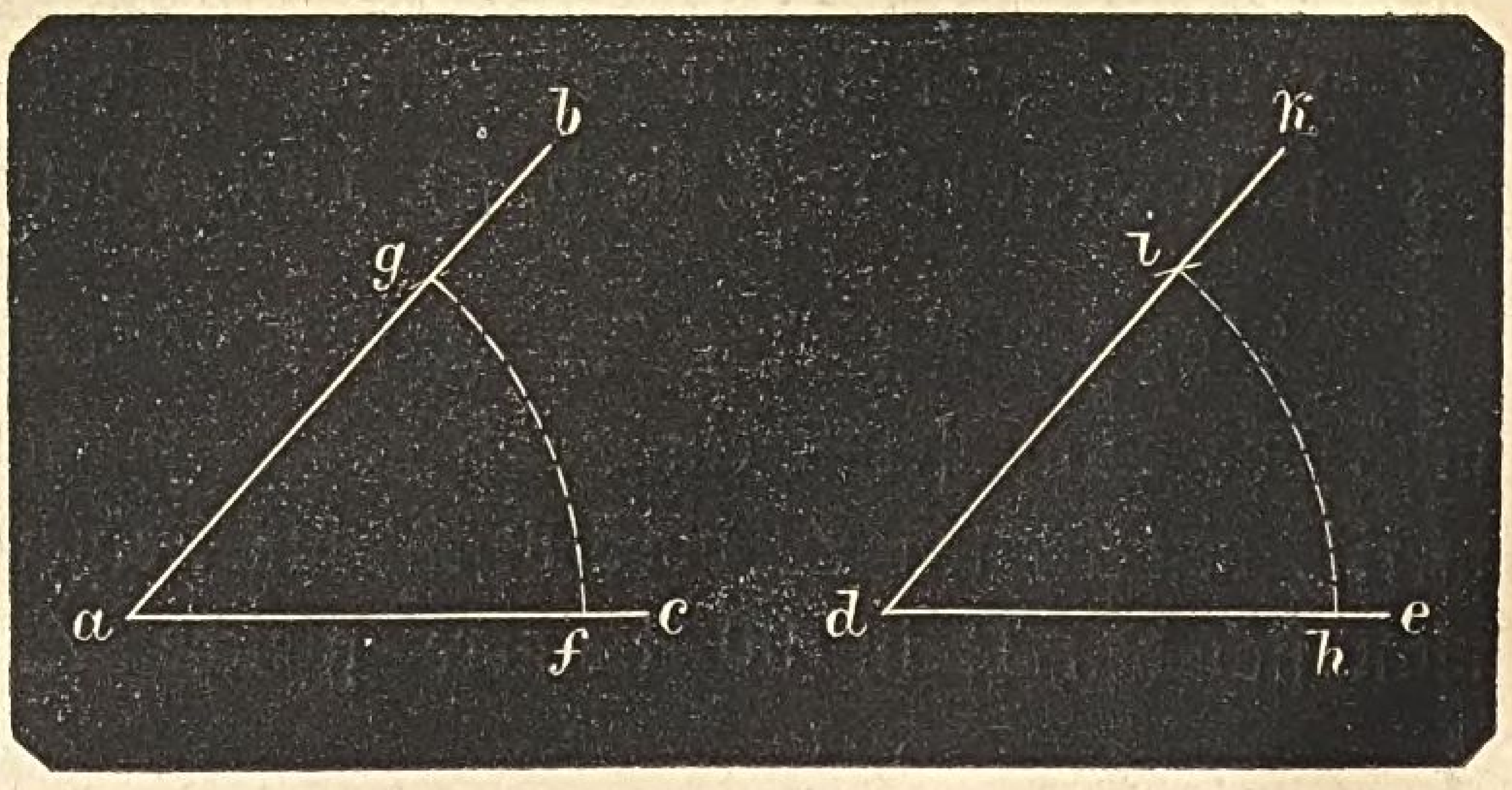
Halbirt man eine Gerade a b in c und beschreibt mit c a den Halbkreis a e d b, errichtet in c eine $\perp$ c e, welche den Halbkreis in 2 gleiche Theile ($\angle$ e c a = R, $\angle$ e c b = R) theilt, und theilt dann jeden R in 90 kleinere $\angle$ zu je 1°, so erhält man 180 $\angle$ zu je 1°. Werden die Schenkel bis in den Halbkreis gezogen, so wird derselbe zugleich in 180 Bogengrade getheilt.

Will man mittelst eines häufig im Reißzeug befindlichen messingenen Transporteurs einen $\angle$ a c d messen, so legt man den Winkelmesser so an, daß c auf den Scheitelpunkt und das messingene Lineal, auf welchem der ausgeschnittene Halbkreis sich befindet, genau an c a zu liegen kommt, so wird der Schenkel c d auf 130 fallen. Zwischen a d sind auf dem Winkelmesser 130° verzeichnet, d. h. der $\angle$ a c d mißt 130°. — Schließt der Winkelmesser nur 90° in sich, so heißt er **Quadrant**.

Fig. 44.

Aufgaben.

Fig. 44.



1) **Einen in Linien gegeben $\angle$ b a c in einem gegeben Punkte d einer Geraden d e auftragen.**

Man beschreibe mit belieb. Radius aus a einen Kreisbogen f g und mit

dem gleichen Radius aus d den Bogen h i; nun trage man die Entfernung f g nach h i und ziehe von d über i die Linie d k, so ist ∠ k d e = ∠ b a c.

Fig. 45.

2) Einen gegebenen Winkel zu halbiren.

Man beschreibe mit bel. Radius aus der Winkelspitze a den Kreisbogen e d und aus d und e Kreisbogen in f, so ist a f die Halbirungslinie und ∠ b a f = ∠ c a f.

Fig. 45.

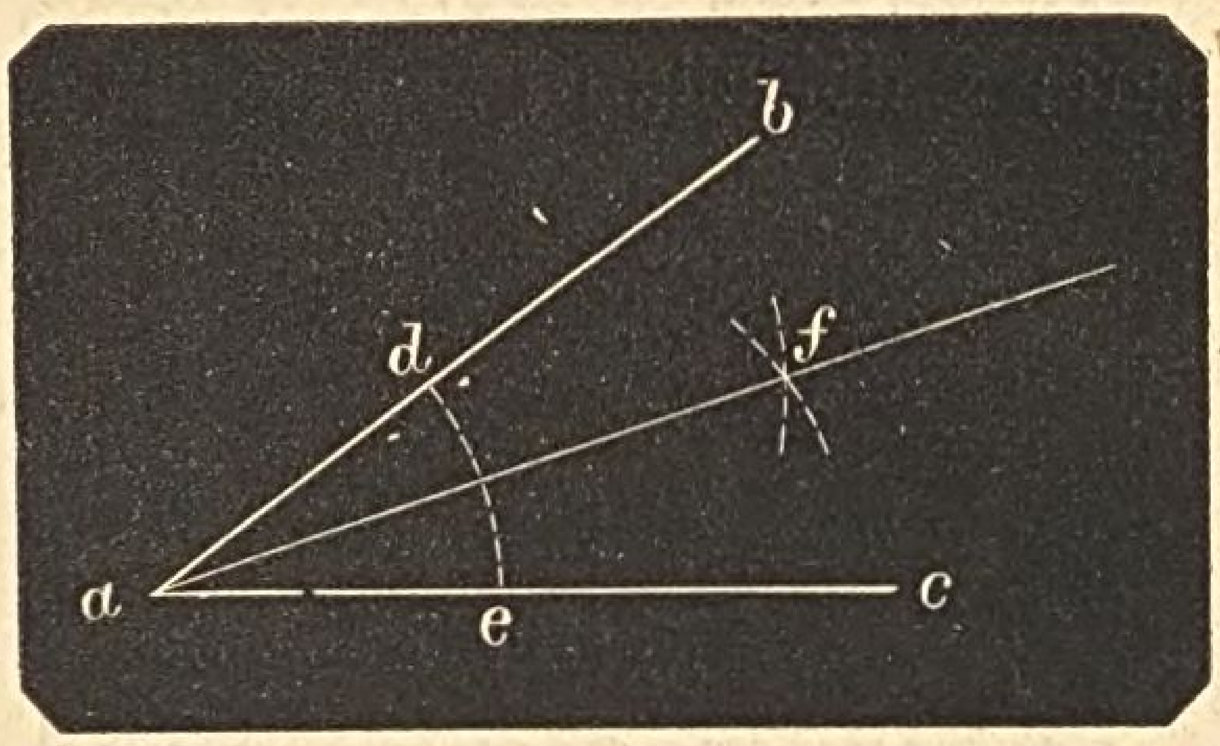


Fig. 46.

3) Construction der Winkel von 60°, 30°, 45°, 15°.

Beschreibe aus a mit bel. Radius den Kreisbogen c d und schneide diesen mit dem gleichen Radius aus c in d, ziehe a d, so ist ∠ d a b = 60°. Durch fortgesetzte Halbirung ergeben sich die anderen ∠.

Fig. 46.

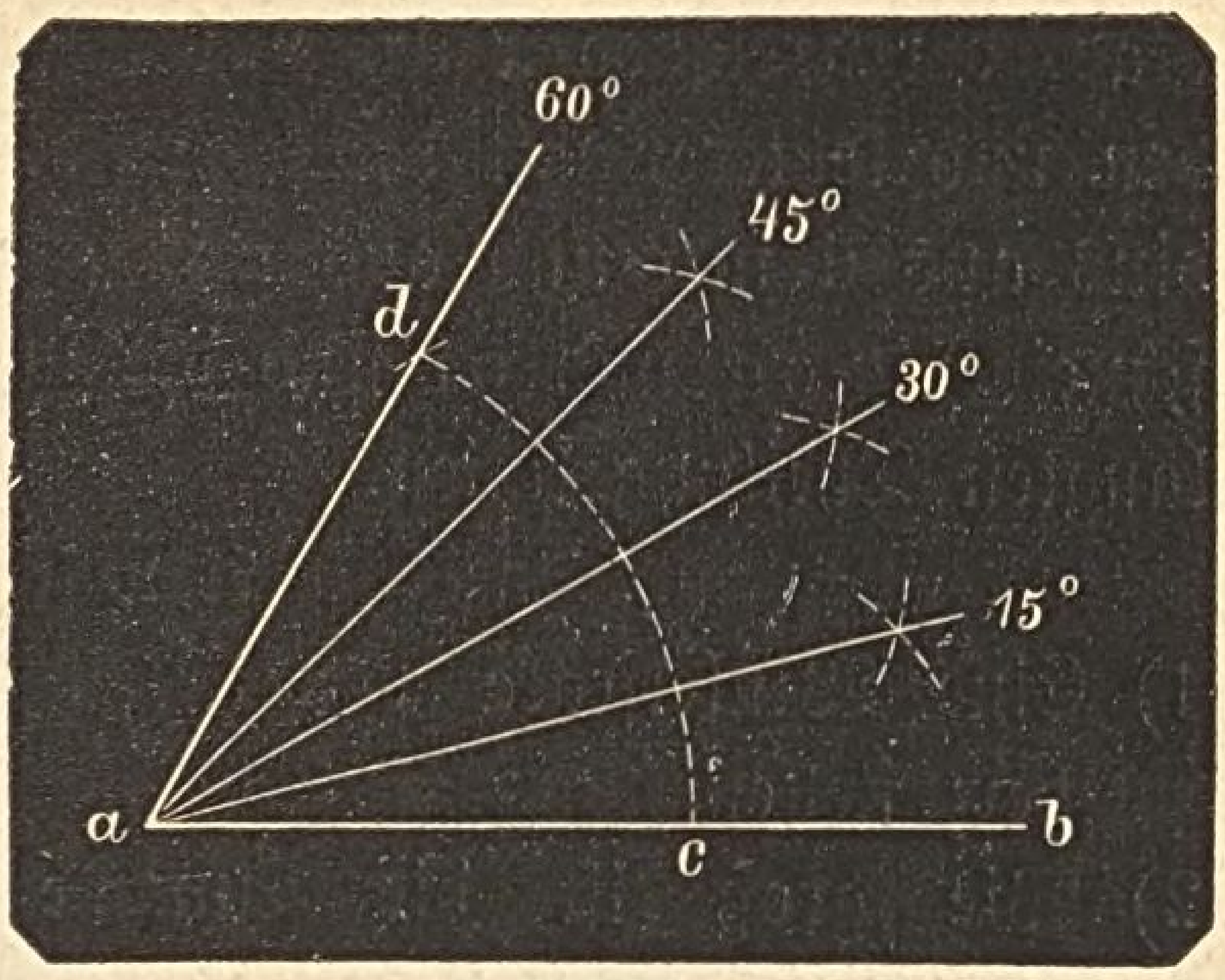


Fig. 47.

4) Construction eines ∠ von 120°.

Beschreibe mit bel. Radius aus b den Bogen d e f und trage den Radius, der immer 60° des Bogens schneidet, 2 mal auf, so mißt ∠ a b c = 120°.

Fig. 47.

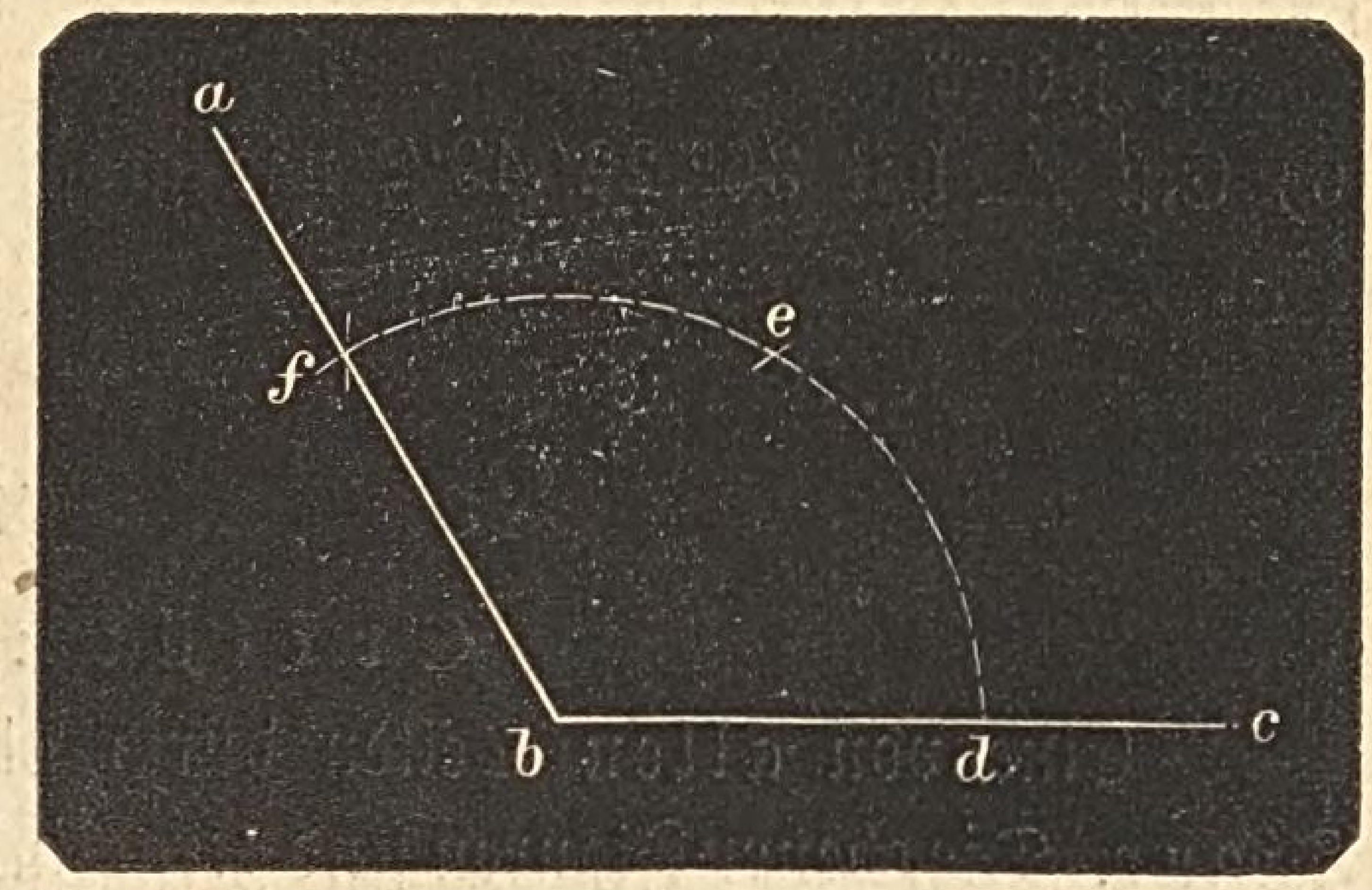


Fig. 48.

5) Construction der ∠ von 90°, 45°, $22\frac{1}{2}$°, $11\frac{1}{4}$°, $67\frac{1}{2}$°.

Errichte am Ende der Geraden ab eine ⊥ ca, so ist ∠ cab = R = 90°. Die übrigen ∠ erhält man durch Halbirung.

Fig. 48.

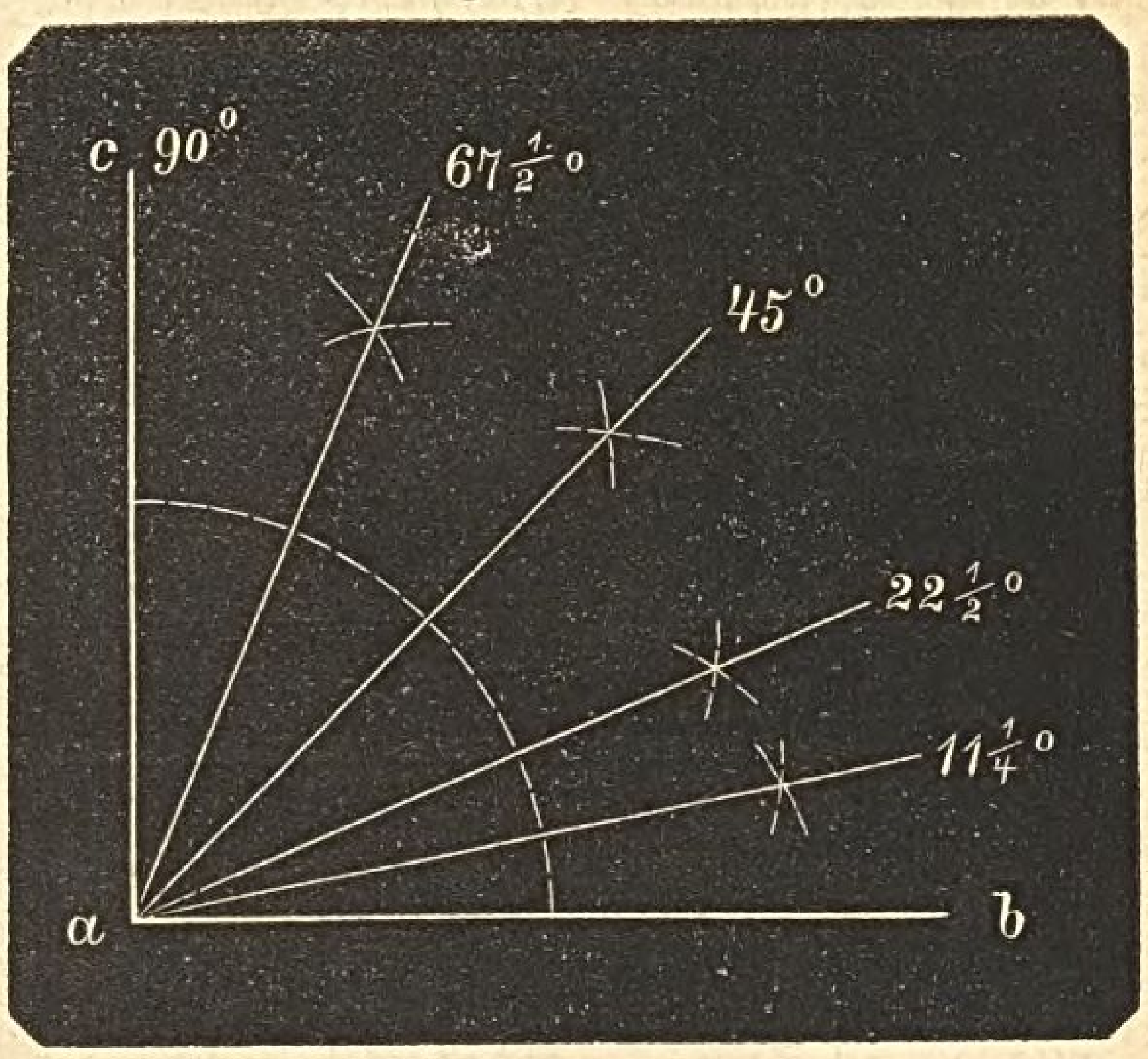
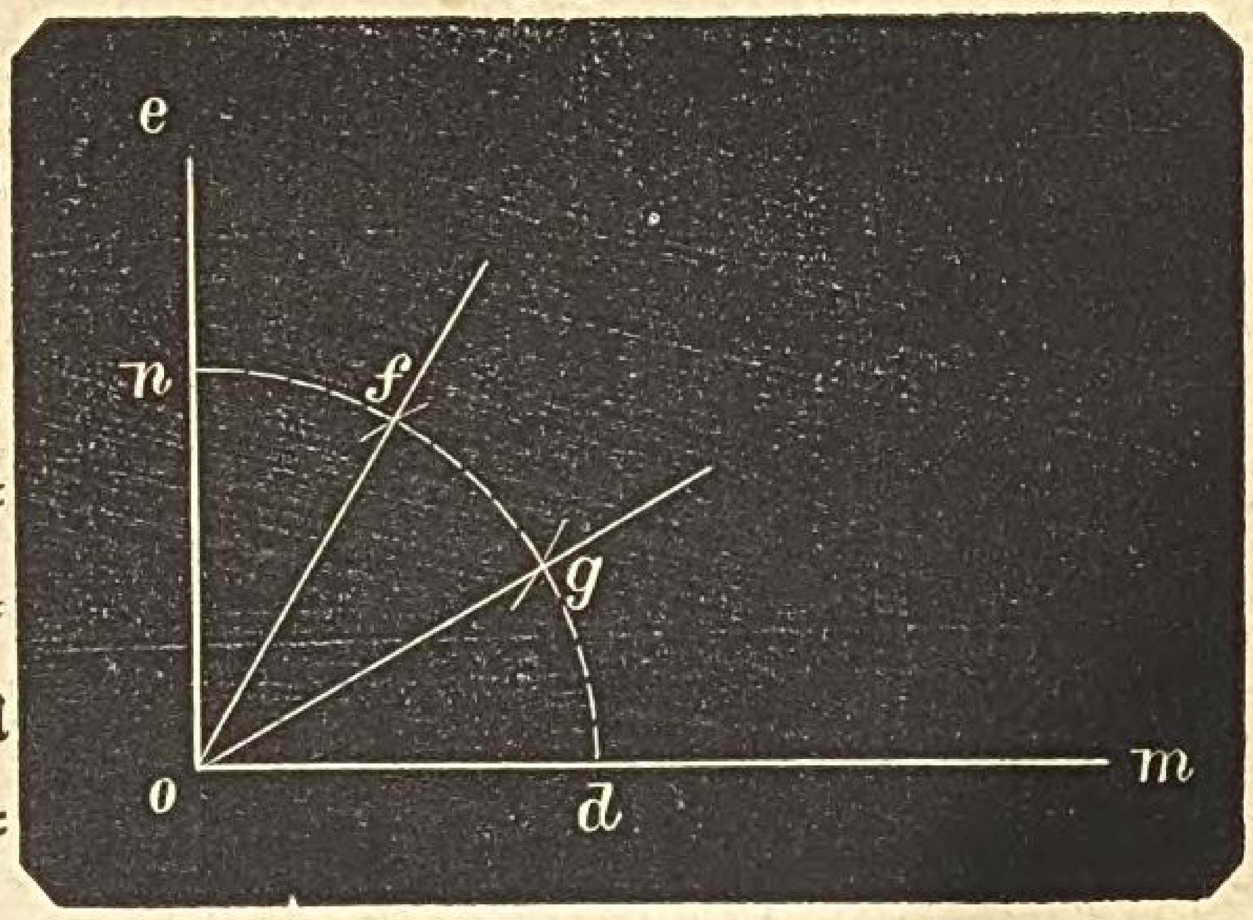


Fig. 49.

6) Ein gegebener rechter ∠ ist in 3 gleiche Theile zu theilen.

Aus dem Scheitelp. o ist mit bel. Rad. der Kreisbogen dn zu beschreiben und letzterer mit demselben Radius aus d in f und aus n in g zu schneiden. og und of sind die verlangten Theilungslinien.

Fig. 49.



Aufgaben.

1) Eine Winkelscala von 5° zu 5° ist innerhalb eines Quadranten herzustellen.
2) Wie groß ist die Summe der ∠ Grade, wenn der eine ∠ 46° 37″ und der andere 27° 53′ 26″ groß ist?
3) Wie groß ist die Differenz der beiden ∠?
4) Wie groß sind die 3 mal so großen ∠?
5) Von 2 Neben∠ ist einer 4 mal so groß als der andere; wie groß ist jeder?
6) Ein ∠ hat 36° 22′ 49″; wie groß ist sein Complements∠?

§. 9.

Von den Dreiecken.

Erklärung.

Eine von allen Seiten durch Linien eingeschlossene Fläche heißt Figur. Die ebenen Figuren sind geradlinig, krummlinig und gemischtlinig.

Aus geraden Linien und Winkeln gebildete, geradlinige und geschlossene Figuren heißen Vielecke (Polygone); man nennt sie nach der gleichen Zahl ihrer Ecken (Winkel) und Seiten: Dreiecke, Vierecke, Fünfecke ꝛc. Die von einem Eckpunkt zu einem andern (nicht unmittelbar folgenden) gezogene gerade Linie im Viereck, Fünfeck ꝛc. ꝛc. heißt Diagonale.

Das **Dreieck** (△), ein Raumgebilde von 3 Seiten und 3 Winkeln, ist das einfachste unter den Vielecken, aber auch das wichtigste, da alle übrigen Vielecke durch Diagonalen in △ zerlegt werden können.

Je nach dem Verhältniß oder der Lage der **Seiten** heißt das △:

1) gleichseitig, wenn alle 3 Seiten gleich sind (Fig. 50).
2) gleichschenklig, wenn nur 2 Seiten gleich sind. Die gleichen Seiten sind die Schenkel, die 3te Seite ist die Grundlinie (Fig. 51).
3) ungleichseitig, wenn alle 3 Seiten ungleich sind (Fig. 52),

Mit Berücksichtigung der **Winkel** ist das △:

1) spitzwinklig, wenn alle ∠ spitze sind (Fig. 53),
2) stumpfwinklig, wenn es einen stumpfen ∠ hat (Fig. 54).
3) rechtwinklig, wenn es einen rechten ∠ hat (Fig. 55 u. 56).

Im Rechtwinkel△ heißen die beiden senkrecht aufeinanderstehenden Seiten Katheten (Senkrechte), die dem rechten ∠ gegenüberliegende Seite ist die Hypotenuse (Schräge).

Ein △ hat 6 Stücke, 3 Seiten und 3 ∠. Mit 3 Stücken ist ein △ bestimmt; dies dürfen aber nicht bloß 3 ∠ sein. Ein △ kann demnach gezeichnet werden, wenn

1) drei Seiten, (Fig 52).
2) eine Seite und 2 an ihr liegende ∠ (Fig. 53) und
3) zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene ∠ gegeben sind.

Haben zwei △ die unter 1 oder 2, oder 3 genannten Stücke gegenseitig gleich, so sind sie congruent (≌), d. h. sie decken sich nach Inhalt und Form. Jede Seite des △ kann als Grundlinie angenommen werden. Die von einer △ Spitze auf die gegenüberliegende Grundlinie gefällte Senkrechte heißt Höhe.

Aufgaben.

Die △ sind nach gegebenen Maßen zu construiren. (Siehe Maßstäbe Fig. 109.)

Fig. 50.

1) Ein **gleichseitiges** △ ist zu construiren, wozu die Länge der Seite s gegeben.

Mache ab = s und beschreibe mit ab im Zirkel aus a und b Bögen', die sich in c kreuzen, und ziehe hierauf die geraden Linien ac und bc.

Fig. 50.

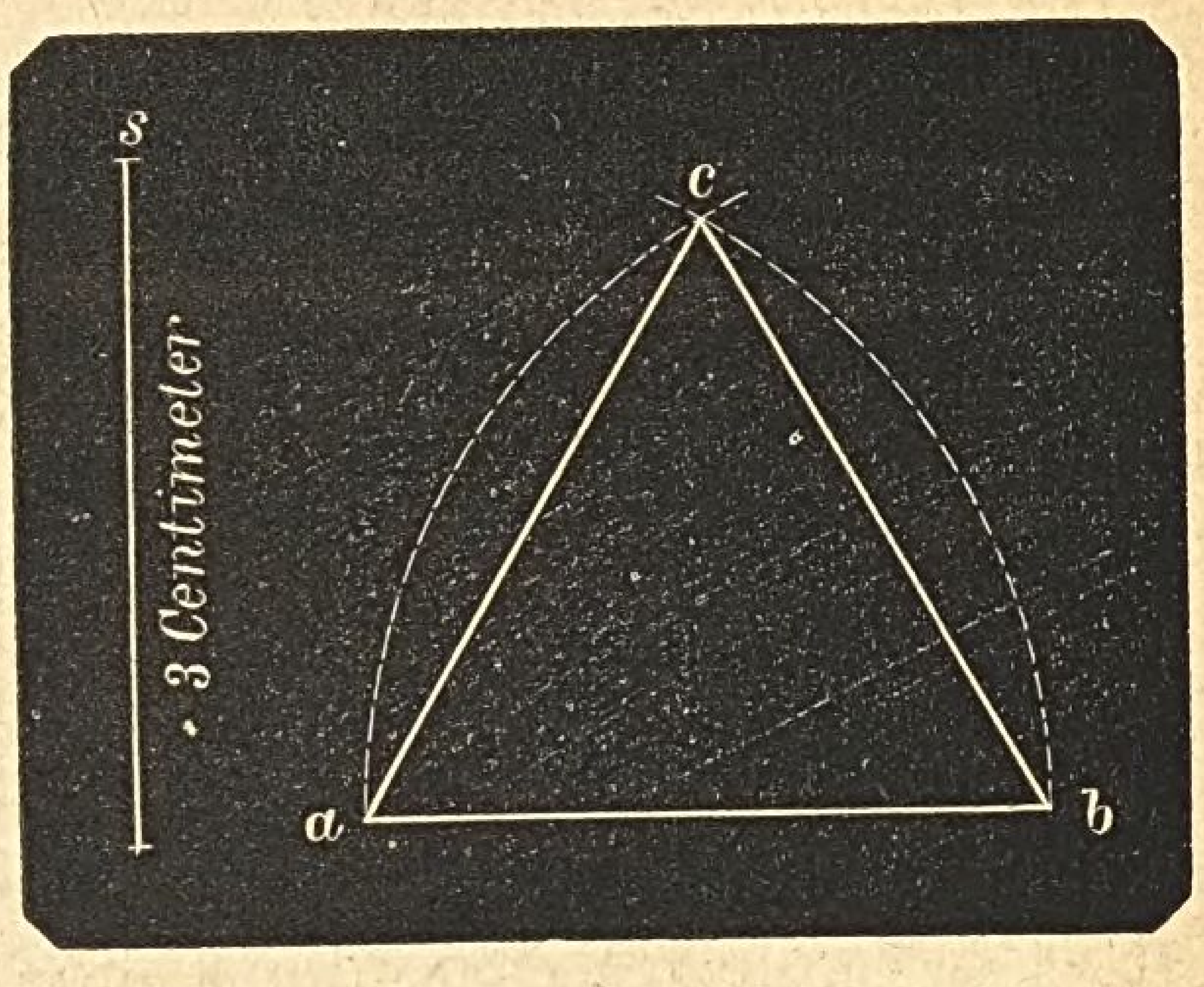


Fig. 51.

2) Ein **gleichschenkliges** △ ist zu construiren; die Grundl. a sei = 3 Centim., die Länge der Schenkel = b = 4 Centim.

Mache cd = a; beschreibe aus c und d, mit b im Zirkel, Bögen, die sich in e kreuzen; hierauf ziehe ce und de.

Fig. 51.

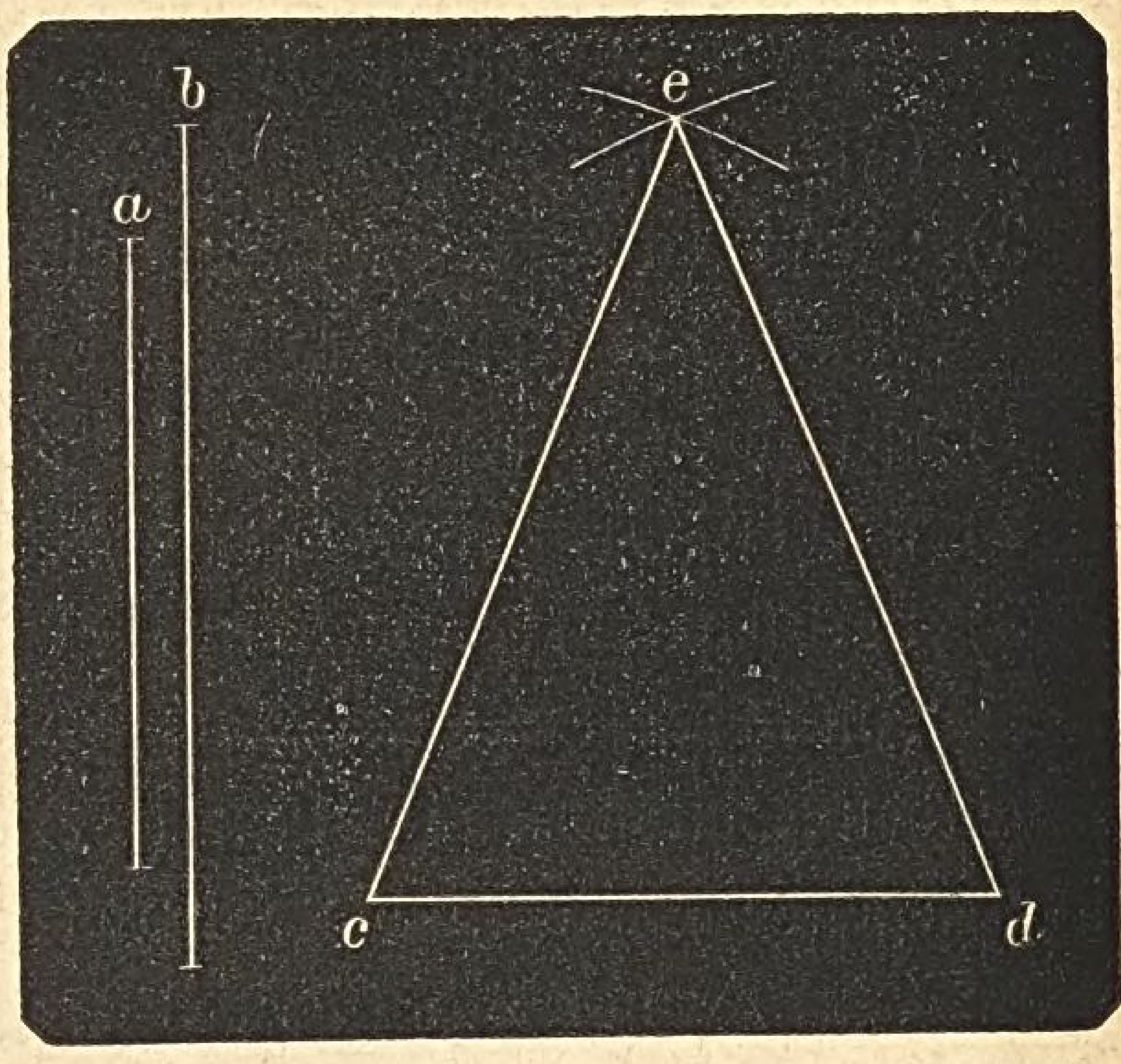


Fig. 52.

3) Ein **ungleichseitiges** △ ist zu construiren, wozu die 3 Seiten: a = 4 Centim., b = 3,5 Centim. und c = 3 Centim., gegeben sind.

Mache de = c, beschreibe mit dem Radius b aus e einen Bogen bei f und schneide diesen mit dem Radius a aus d, endlich ziehe ef und df.

Fig. 52.

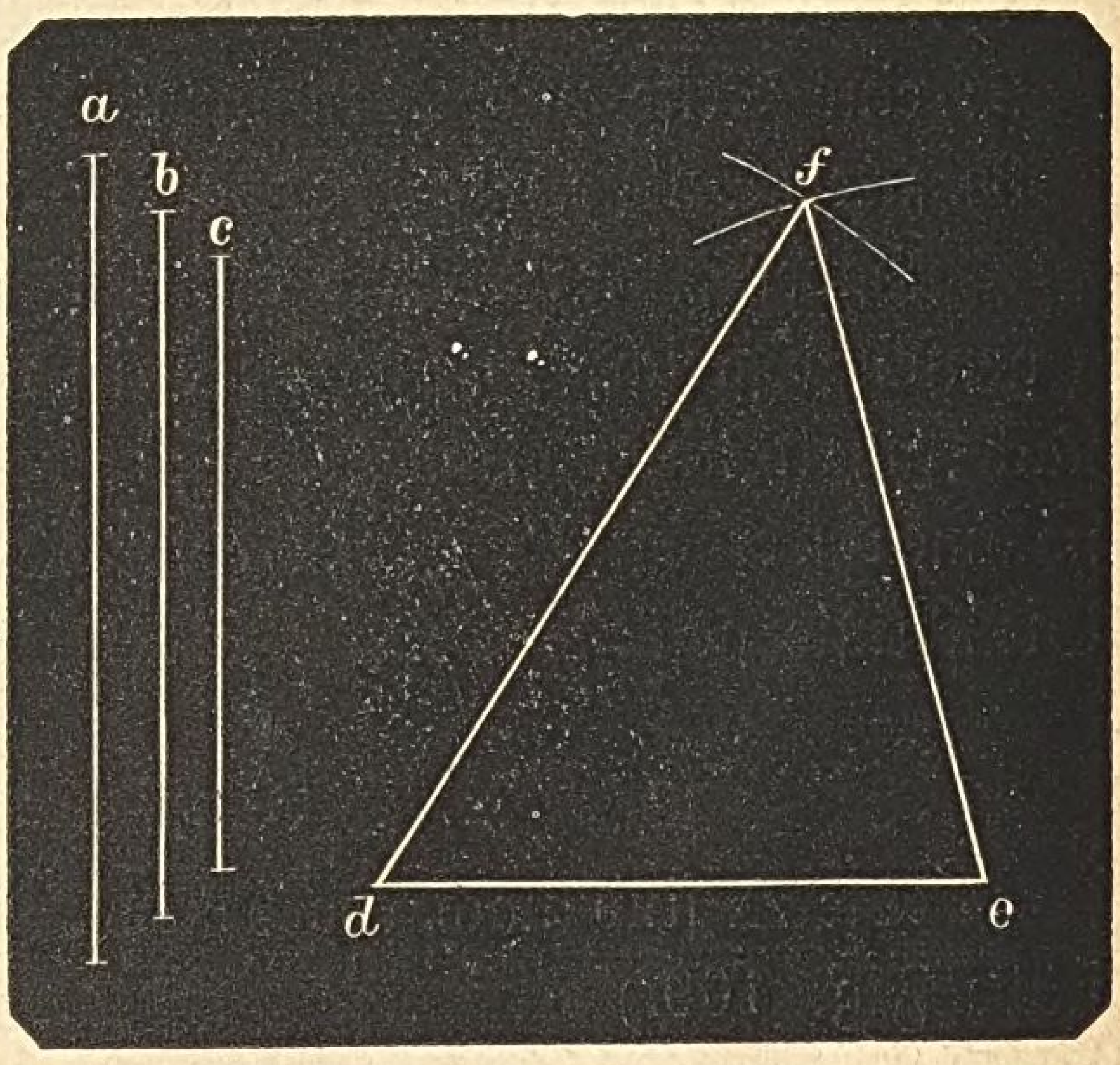


Fig. 53.

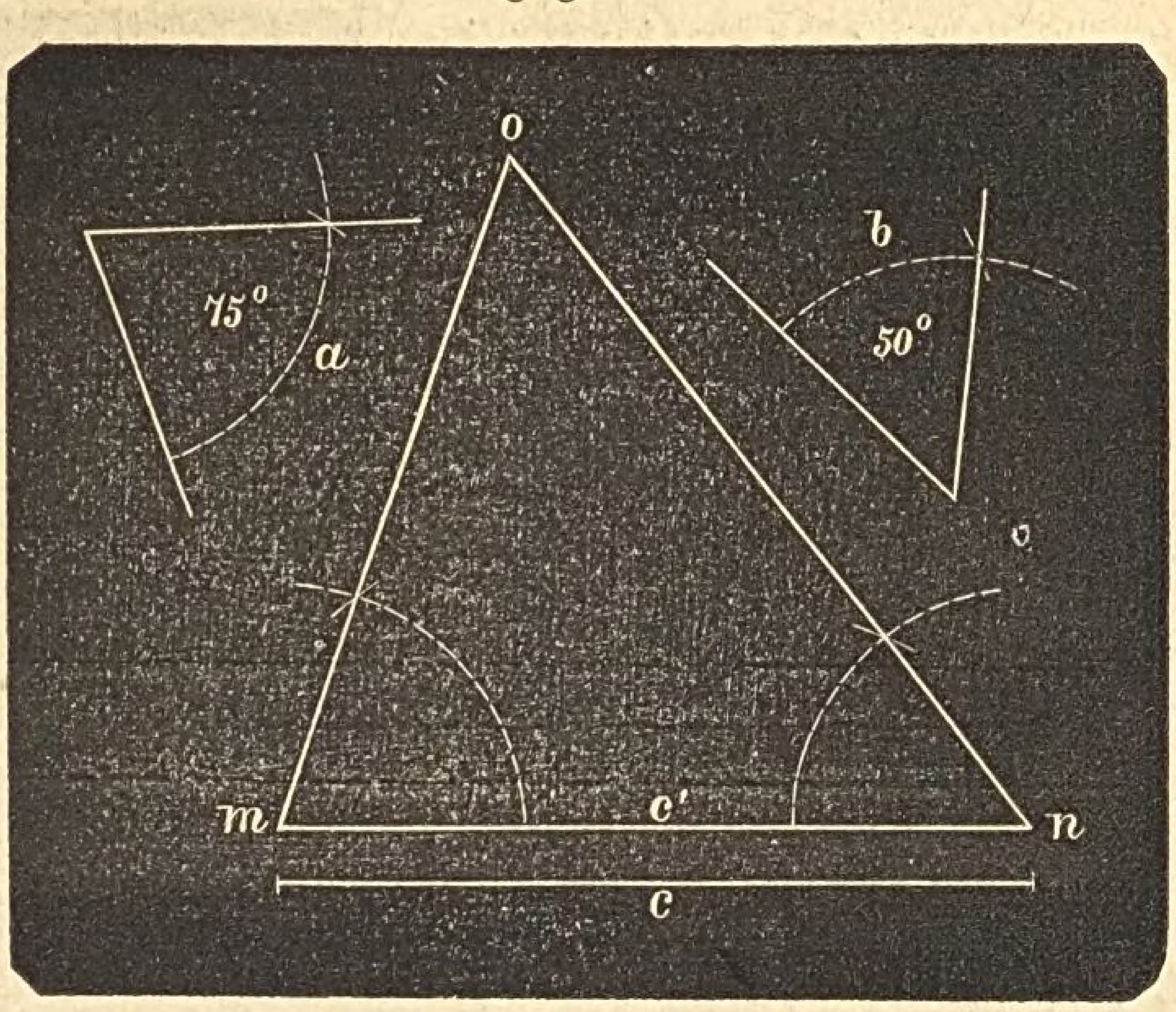


Fig. 53.

4) Ein **spitzwinkliges** △ ist zu zeichnen. Gegeben sind: die Grundl. c = 4 Centim., ∠ a zu 75° und ∠ b = 50°.

Mache c' = c, trage den ∠ a in m, den ∠ b in n auf und verlängere deren Schenkel mo und no bis sie sich in o treffen.

Fig. 54.

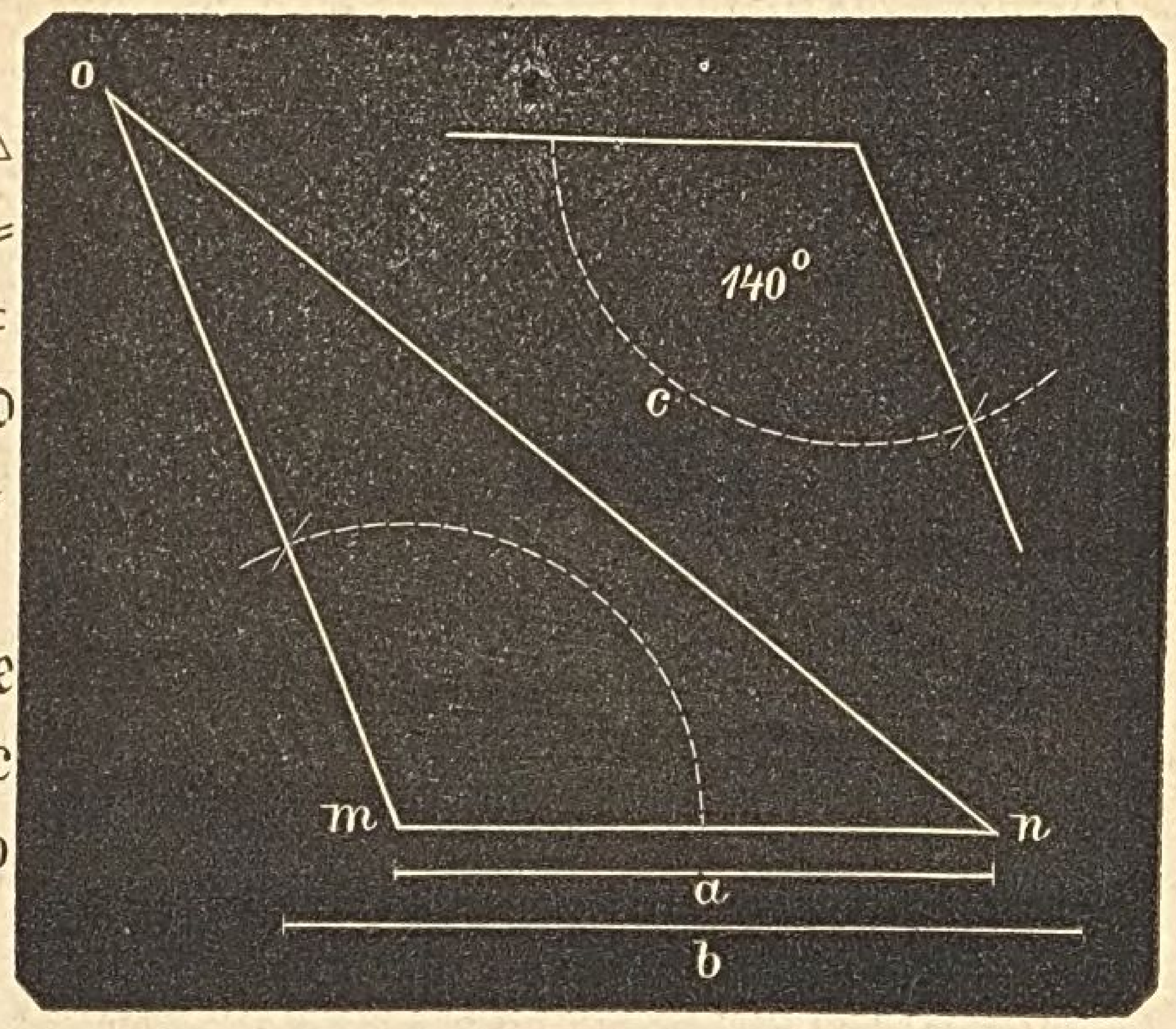


Fig. 54.

5) Ein **stumpfwinkliges** △ ist zu construiren. Gegeben sind 2 Seiten: a = 3 Ctm., b = 4 Ctm. und der von beiden Seiten eingeschlossene ∠ c = 140°.

Mache mn = a und trage in m einen ∠ von 140° = ∠ c auf, sodann mache mo = b und ziehe noch no.

6) Ein **rechtwinkliges** △ ist zu zeichnen:

Fig. 55.

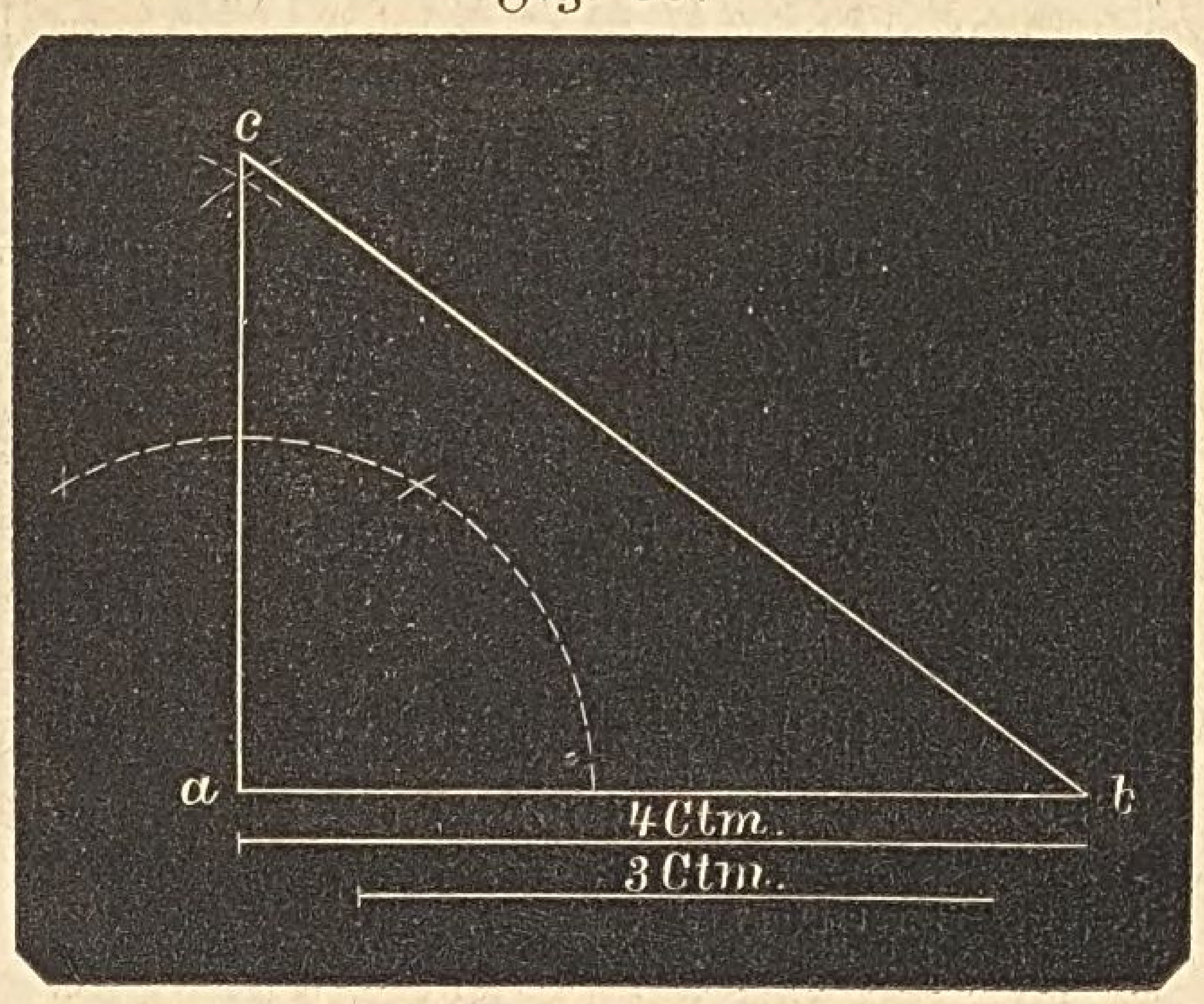


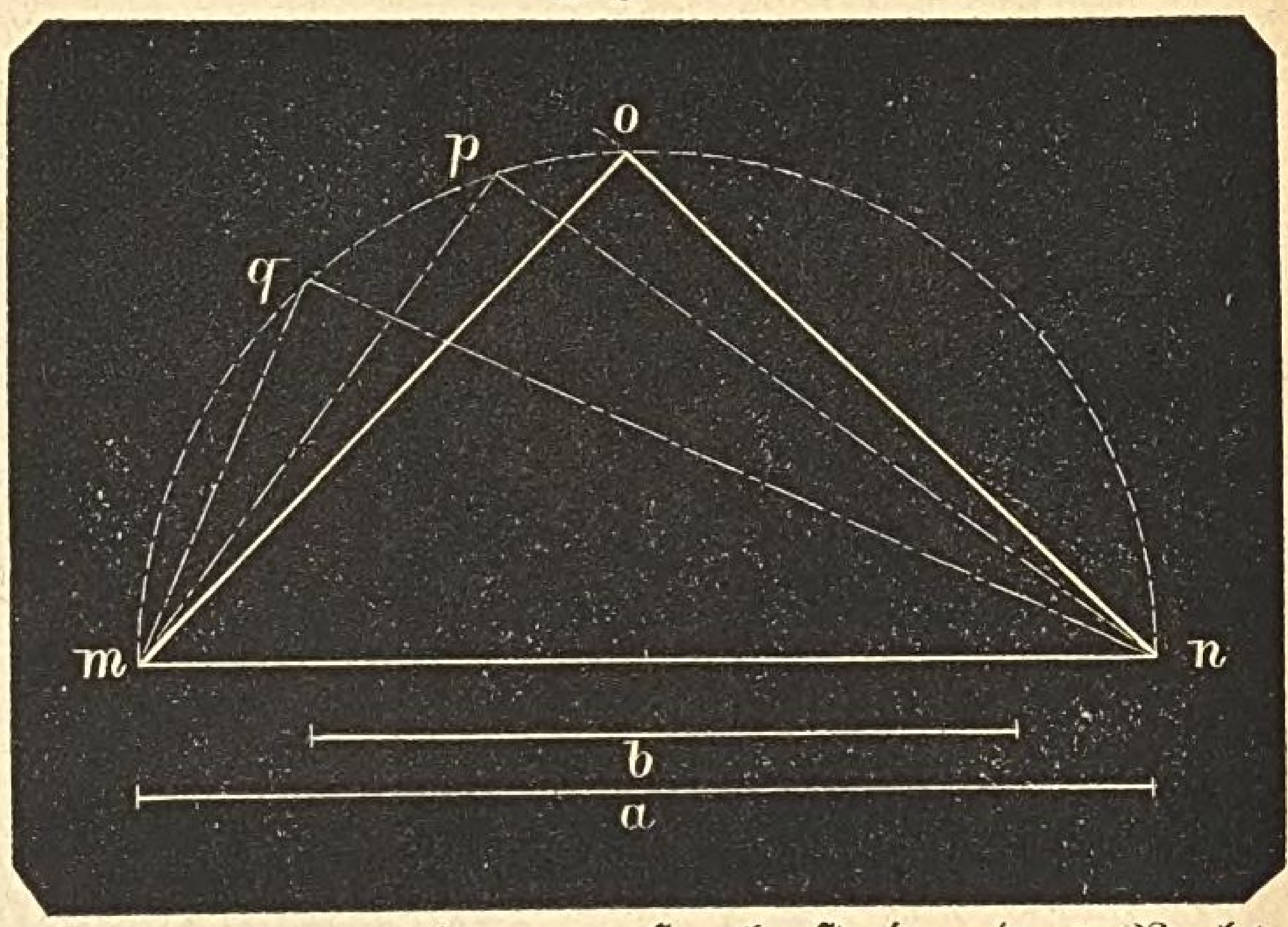
Fig. 55.

a) Gegeben sind die beiden Katheten zu 3 und 4 Ctm.

Mache ab = 4 Ctm. lang und errichte auf a (nach Fig. 12) eine ⊥ = 3 Ctm., so bilden ab und ac (die Katheten) den rechten ∠; ziehe dann die Hypotenuse bc (welche = 5 Ctm. sein muß.)

Fig. 56.
b) Gegeben sind die Hypotenuse a = 5 Ctm. und die Kathete b = 3½ Ctm.

Fig. 56.



Mache m n = a und beschreibe aus der Mitte von m n einen Halbkreis, der mit b im Zirkel aus n oder m (hier aus m) in o zu schneiden ist. Ziehe nun m o und n o, so hast du das Recht-∠ △ m o n.

Anm. Jeder ∠ im Halbkreis = R; also sind auch m q n und m p n R ∠ △

§. 10.

Von den Vierecken.

Erklärung.

Die Vierecke erhalten nach dem Verhältniß und der Lage ihrer Seiten folgende Namen:

1) **Parallelogramme** (▱), wenn 2 parallele Linien von 2 anderen Parallellinien geschnitten werden.

Hinsichtlich der Winkel theilt man die Parallelogramme ein:

a) in rechtwinklige, welche Rechtecke (▭) heißen, weil alle 4 ∠ rechte sind. — Das Rechteck hat als besonderen Fall das Quadrat (□), bei welchem auch alle Seiten (also immer 2 anstoßende) von gleicher Größe sind.

b) in schiefwinklige, welche Rhomboide oder auch schlechtweg Parallelogramme genannt werden und von denen 1 ∠ mehr oder weniger als 1 R (▱). — Das Rhomboid hat als besonderen Fall den Rhombus oder die Raute (◇), bei welcher immer 2 anstoßende (alle) Seiten von gleicher Größe sind. — In allen Parallelogrammen sind die gegenüberliegenden ∠ und gegenüberliegenden Seiten gleich.

2) **Trapeze**, und zwar a) Paralleltrapeze, wenn nur 2 Gegenseiten || laufen (⏢), und

b) Trapezoide oder schlechtweg Vierecke, wenn keine Seite der andern || ist. (⏢)

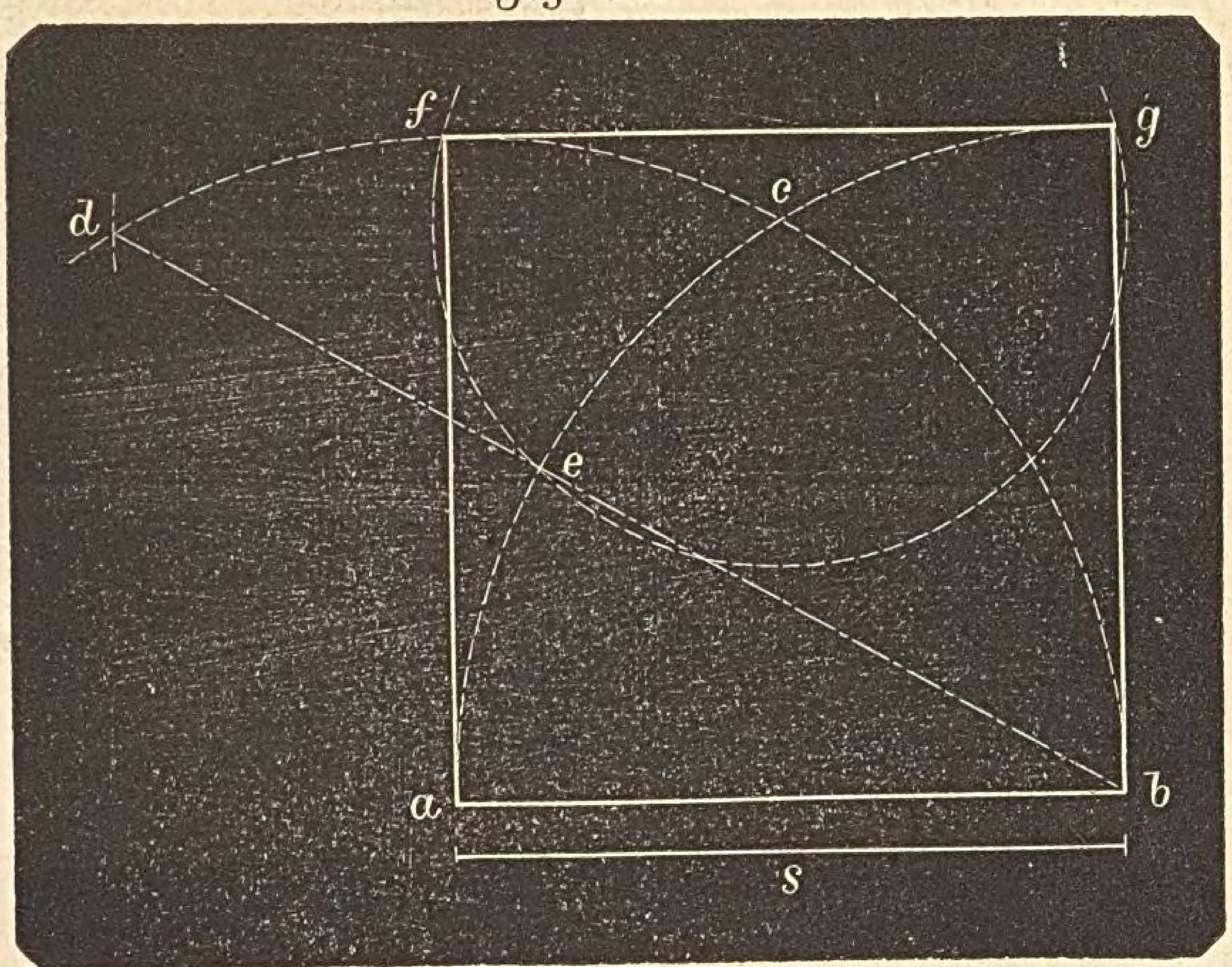
Anm. Jedes Viereck wird durch eine Diagonale in △ zerlegt. Jedes ▱ aber wird durch die Diagonale in 2 congruente (gleiche und ähnliche) △ getheilt. Die gewöhnliche Reihenfolge der ▱ ist: 1) Quadrat, 2) Rechteck, 3) Rhombus, 4) Rhomboid. (Fig. 57—61).

Aufgaben.

Fig. 57.

1) Ein **Quadrat** ist zu construiren. Gegeben ist eine Seite s = 4 Ctm.

Fig. 57.

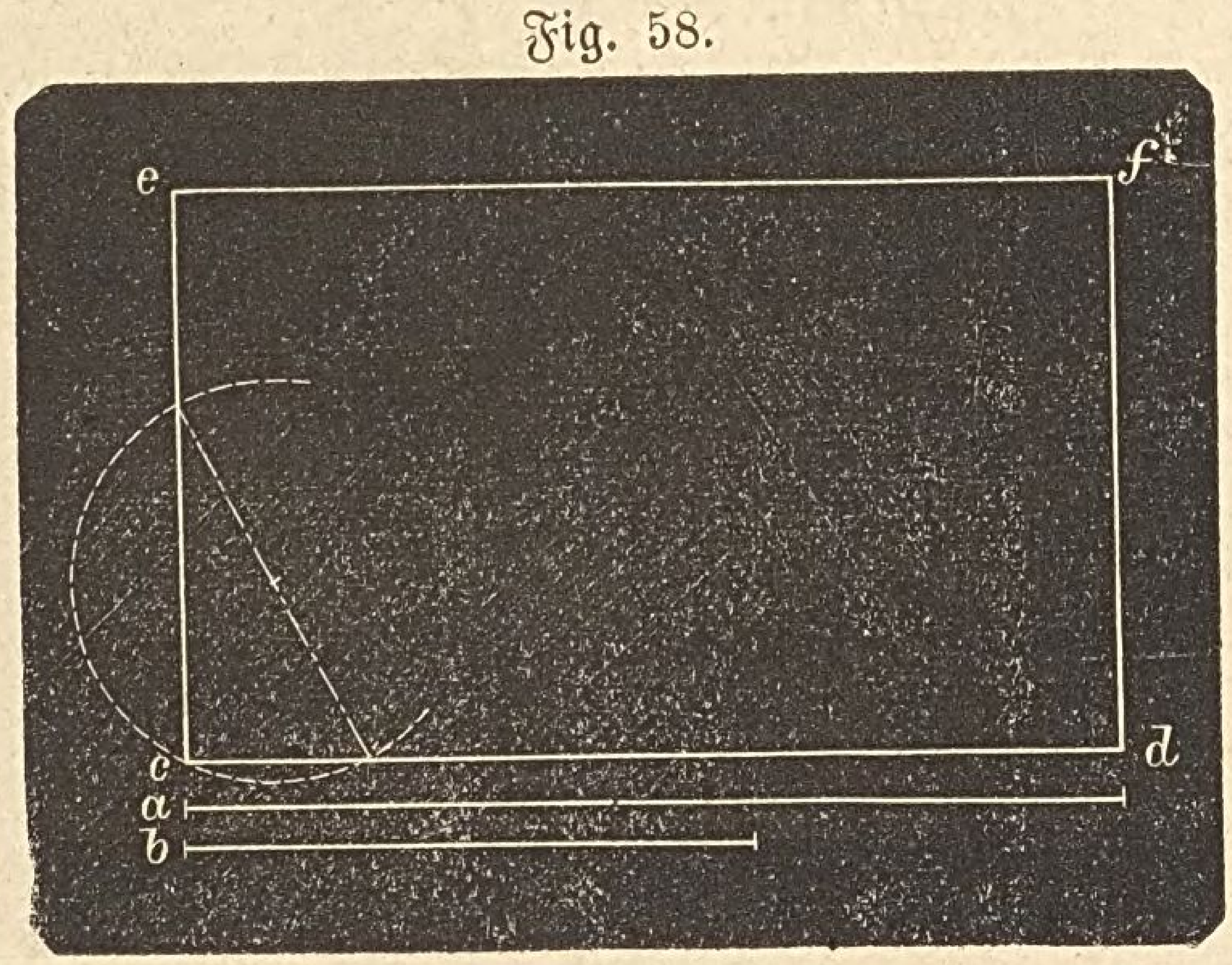


Mache a b = s und beschreibe mit s im Zirkel aus a und b Kreisbogen, die sich in c schneiden. Trage den Radius s von c nach d und ziehe e b d und beschreibe aus c mit c e einen Bogen, der die früheren in f und g schneidet. Verbinde endlich a f, b g und f g.

Fig. 58.

2) Ein **Rechteck** ist zu construiren. Gegeben sind 2 Seiten, a = 5, b = 3 Ctm.

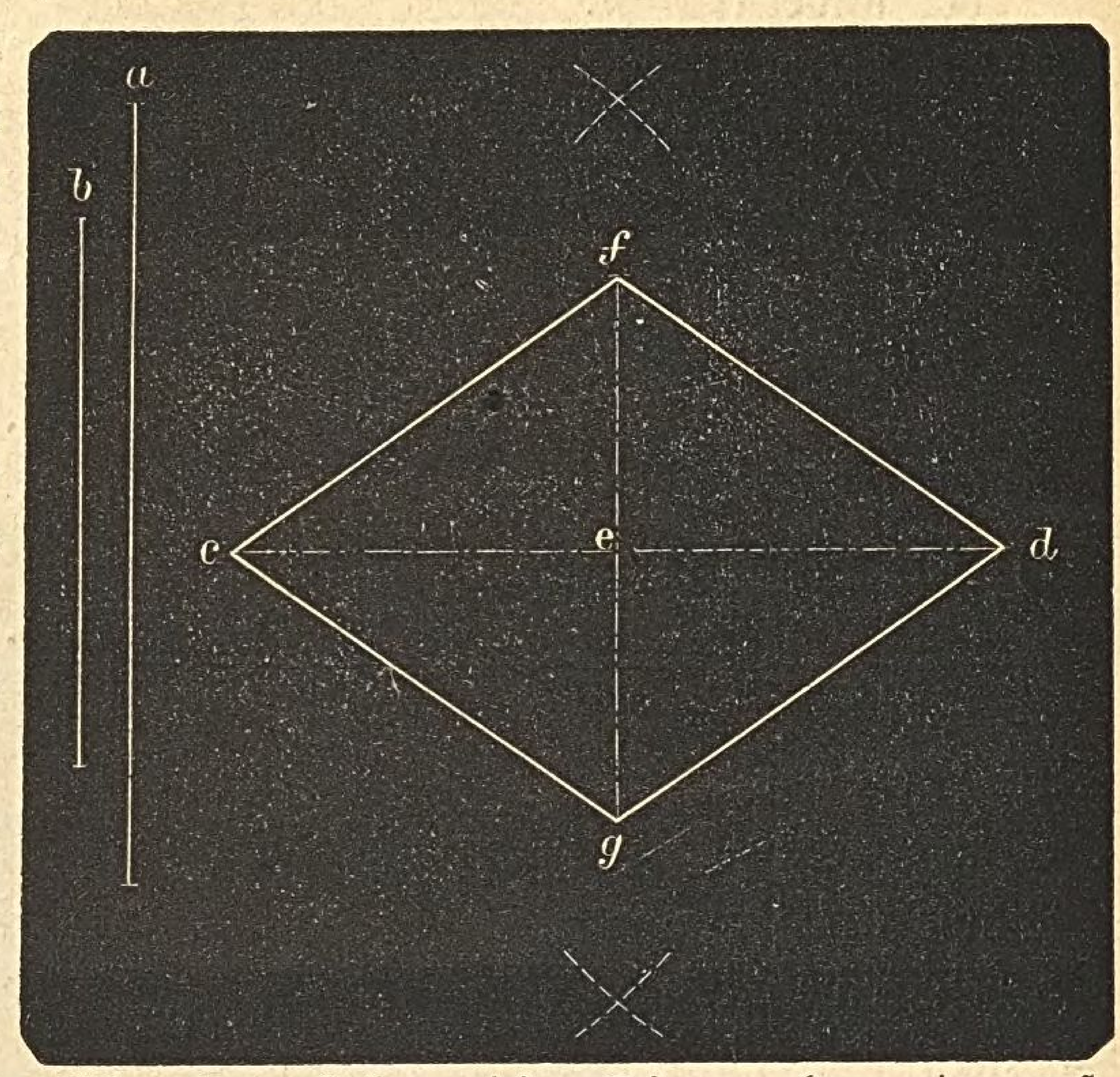
Fig. 58.



Mache c d = a und errichte in c eine ⊥ (nach Fig. 1. 3.) c e = b. Mit c d im Zirkel beschreibe aus e einen Kreisbogen, der mit b als Radius aus d in f zu schneiden ist. Verbinde dann e f und d f.

Fig. 59.

Fig. 59.

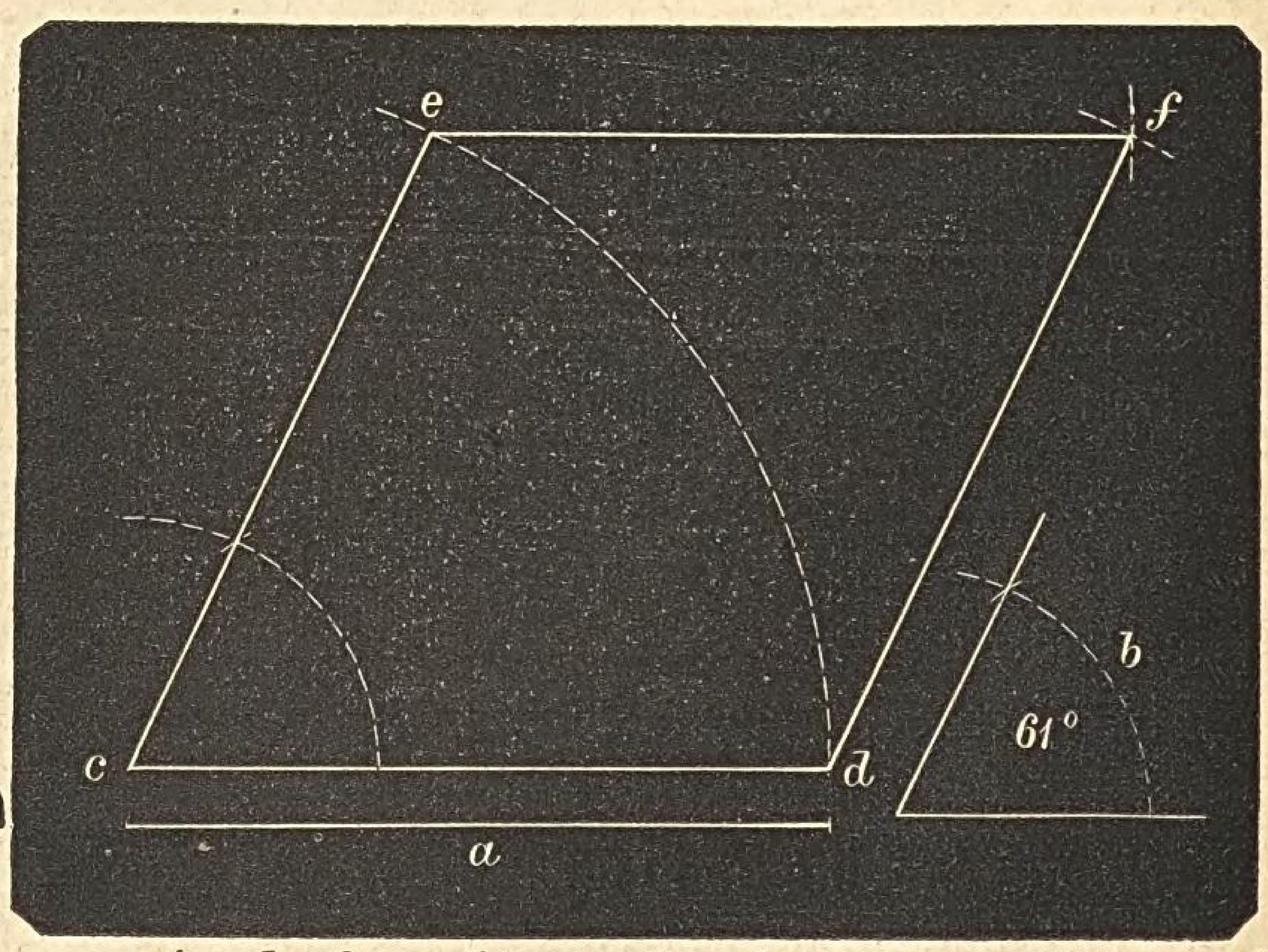


3) Eine **Raute** = (Rhombus) ist zu zeichnen; gegeben sind die beiden Diagonalen a = 5, b = 3½ Ctm.

Mache cd = a und errichte auf der Mitte der Geraden e eine ⊥ nach Fig. 11. Halbire b und trage die Hälften von e nach f und g, so geben die mit geraden Linien verbundenen Punkte cfdg die Raute. (In dem Rhombus stehen die Diagonalen ⊥ aufeinander.)

Fig. 60.

Fig. 60.



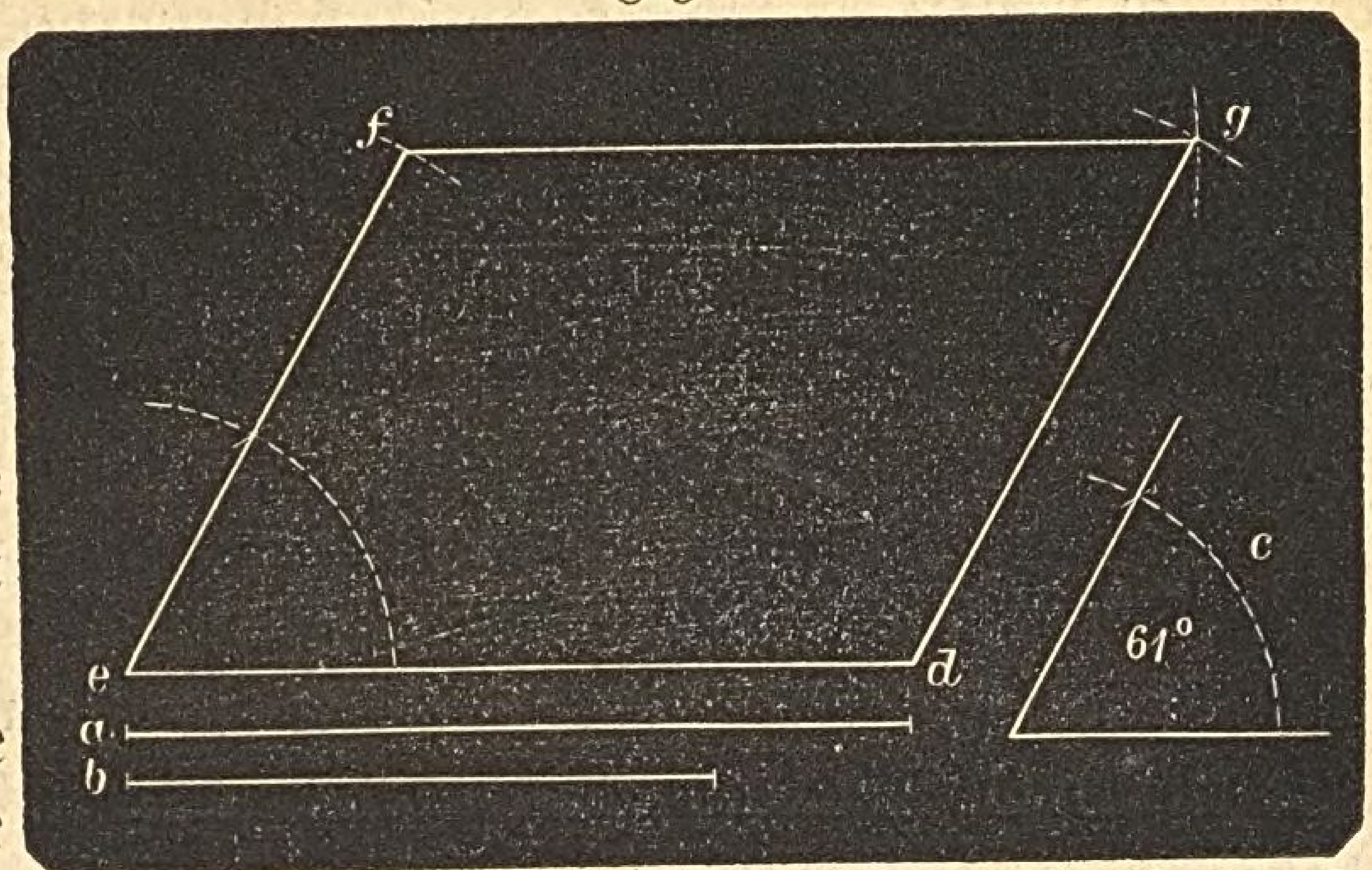
4) Ein **Rhombus** (Raute), zu welchem 1 Seite a = 4 Ctm., und ein ∠ = 61° gegeben ist, soll construirt werden.

Mache cd = a und trage in c den ∠ b auf, dessen 2ter Schenkel bis e = cd zu verlängern ist. Mit der Seite a im Zirkel beschreibe man aus e und d Kreuzbögen in f und verbinde ef und df.

Fig. 61.

5) Ein **Rhomboid**, zu welchem 2 Seiten, a = 4 Ctm., b = 3 Ctm., u. der zwischen denselben liegende ∠ c = 61° gegeben sind, ist zu construiren.

Fig. 61.

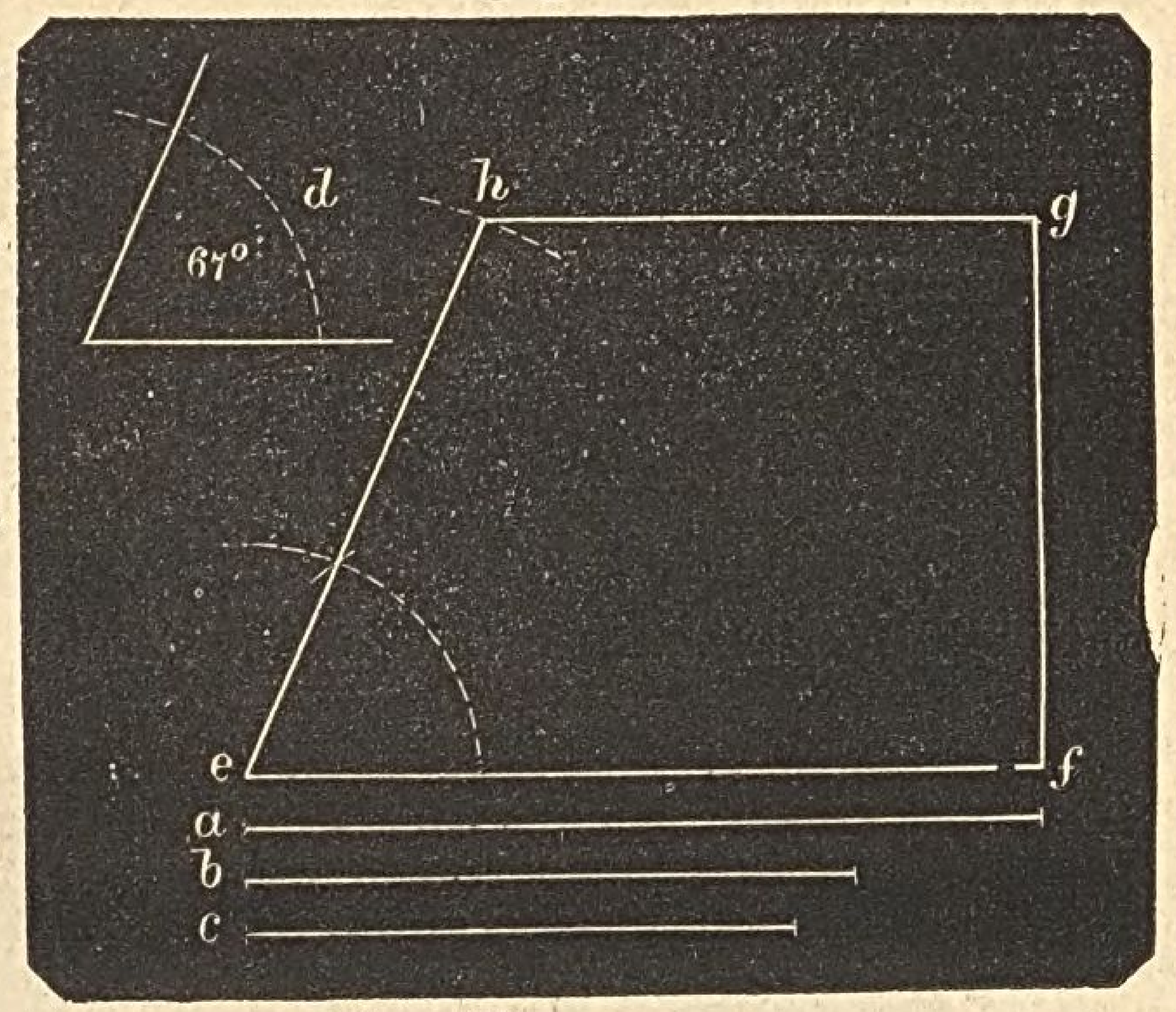


Mache ed = a u. trage den ∠ c in e auf. Der Schenkel ef muß = b werden. Sodann beschreibe mit dem Radius b aus d, und mit dem Rad. a aus f Kreisbogen, die sich in g schneiden. Verbinde fg u. dg.

Fig. 62.

6) Ein **Parallel-Trapez**, wozu 3 Seiten, a = 4 Ctm., b = 3 Ctm., der zwischen denselben liegende ∠ d = 67° und die Seite c = 2,7 Ctm. gegeben sind, ist zu construiren.

Fig. 62.

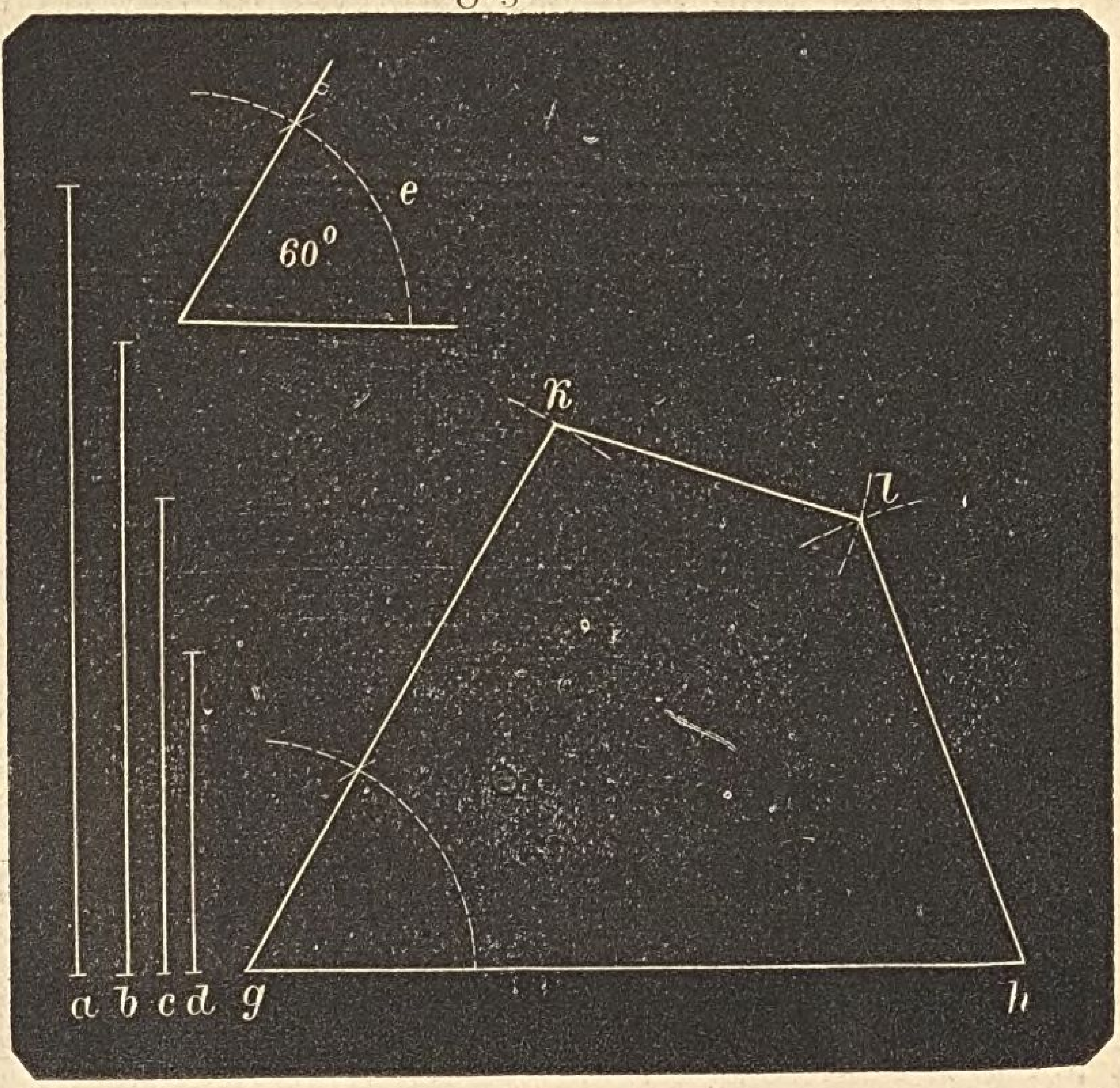


Mache e f = a, trage in e den ∠ d auf und mache e h = b. Sodann ziehe von h eine || zu e f und mache sie = c und ziehe endlich f g.

Fig. 63.

7) Ein **Trapezoid**, wozu die 4 Seiten, a = 5, b = 4, c = 3 und d = 2 Ctm., und der von a b eingeschlossene ∠ e = 60° gegeben sind, ist zu construiren.

Fig. 63.



Mache g h = a und trage den ∠ e in g auf. gk ist = b zu machen und mit dem Radius c aus h, mit

d im Zirkel aus k der Kreuzungspunkt l zu beschreiben. Verbinde kl und hl.

(Anm. Sämmtliche Vierecke können noch auf verschiedene Art construirt werden. Es sollten hier aber nur einige Constructionsweisen Platz finden.)

§. 11.

Vom Kreis.

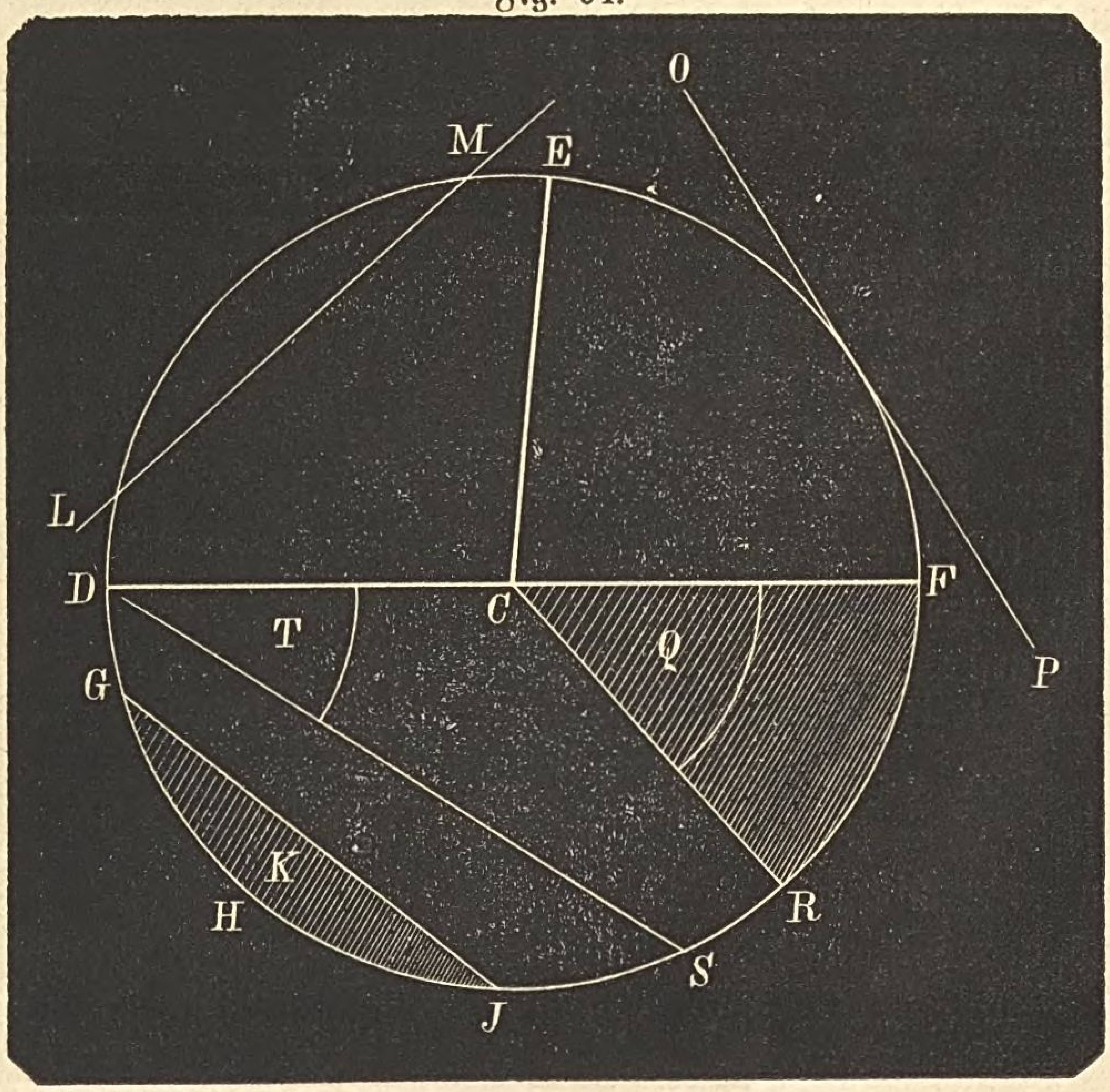
Erklärung.

Der Kreis ist eine ebene Figur, von der regelmäßigsten krummen Linie so begrenzt, daß alle ihre Punkte von dem Mittelpunkt (Centrum) C (Fig. 64) gleichweit entfernt sind. Diese krumme Linie heißt Kreislinie, Peripherie, Umfang, Kreis; die von ihr eingeschlossene Fläche heißt Kreisfläche. Wir haben es hier nur mit der Kreislinie zu thun und verstehen also unter Kreis nur die Linie, nicht die Fläche.

Die vom Centrum bis an die Peripherie gehende Linie heißt Radius (Halbmesser (2)), die durch den Mittelpunkt laufende, die Peripherie an 2 Seiten treffende Linie heißt Diameter (Durchmesser (3)). Der Durchmesser ist doppelt so groß als der Radius. Alle Radien und Durchmesser in gleichen Kreisen sind sich gleich.

Der Radius läßt sich 6mal auf der Peripherie auftragen, ist also das Maß für das Sechseck im Kreis.

Fig. 64.



1) C = Centrum
2) CE = Radius
3) DCF = Diameter
4) GHJ = Bogen
5) GJ = Sehne
6) K = Segment
7) LM = Secante
8) OP = Tangente
9) FCR = Centriwinkel (Q)
10) Q = Sector
11) FDS = Peripheriewinkel (T)
12) EFRSJHGDM = Peripherie.

Jeder Theil der Kreislinie heißt Bogen (4), die die Endpunkte desselben verbindende Gerade heißt Sehne (5), die zwischen beiden liegende Fläche — Segment (Kreisabschnitt (6)). Verlängert man die Sehne über die Peripherie hinaus, so entsteht eine Secante (Schneidelinie (7)). Die Linie, welche außerhalb des Kreises liegt und ihn nur in einem Punkte berührt, nennt man Tangente (Berührungslinie (8)). Sie steht ⊥ auf dem Radius.

Ein ∠ im Kreise, dessen Scheitel im Mittelpunkt liegt, heißt Centriwinkel (9). Seine Schenkel schließen einen Sector (Kreisausschnitt (10)) ein. Ein ∠, dessen Scheitel in der Peripherie liegt, heißt Peripheriewinkel (11).

Fig. 65.

Der Durchmesser theilt den Kreis in 2 Halbkreise.

Fig. 65.

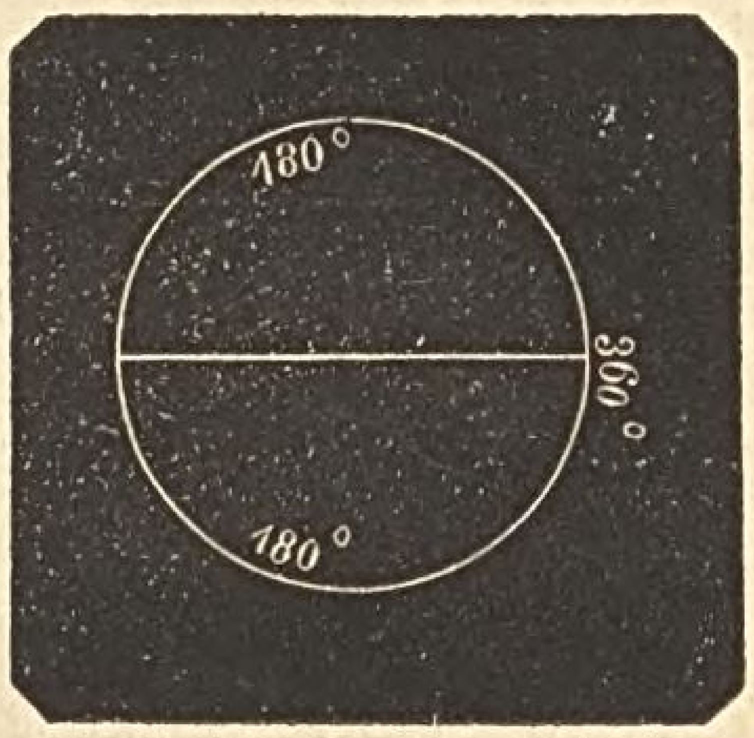


Fig. 66.

Zwei senkrecht aufeinanderstehende Durchmesser theilen den Kreis in Viertelkreise oder Quadranten (4 R).

Der Kreis wird in 360° eingetheilt, der Halbkreis zählt 180°, der Quadrant 90°. Die Bogengrößen werden also wie die Winkel construirt.

Fig 66..



Concentrische Kreise haben einen und denselben Mittelpunkt und verschiedene Radien (Fig. 67). Excentrische Kreise brauchen nur verschiedene Mittelpunkte zu haben. Sie können sich schneiden (Fig. 68), von außen berühren (Fig. 69), von innen berühren (Fig. 70) und können auch ineinander liegen, ohne sich zu berühren (Fig. 71). In Fig. 72 liegen die Kreise ganz auseinander. Die Verbindungslinie der Centren excentrischer Kreise heißt Centrallinie (Centrale). (ab in Fig. 68—72).

Fig. 67.



Fig. 68.

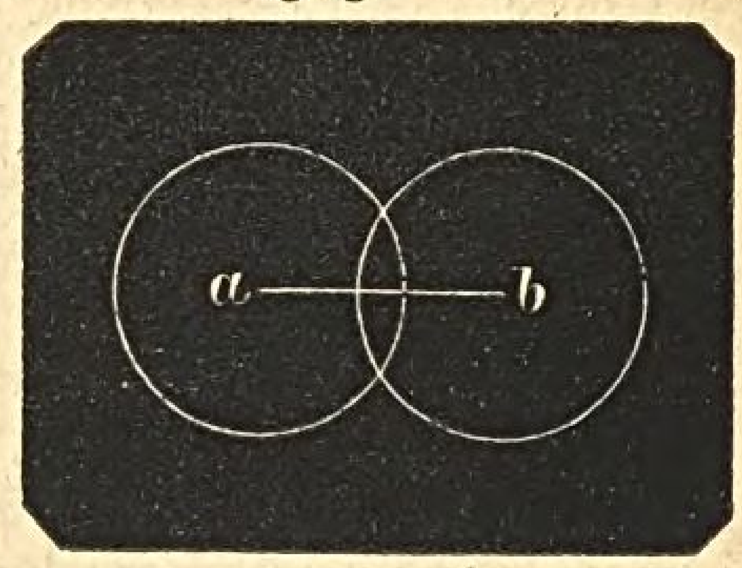


Fig. 69.

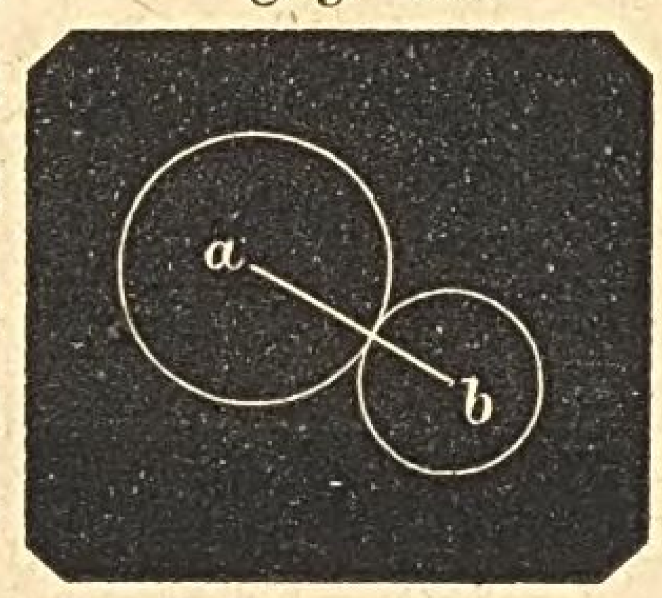


Fig. 70.

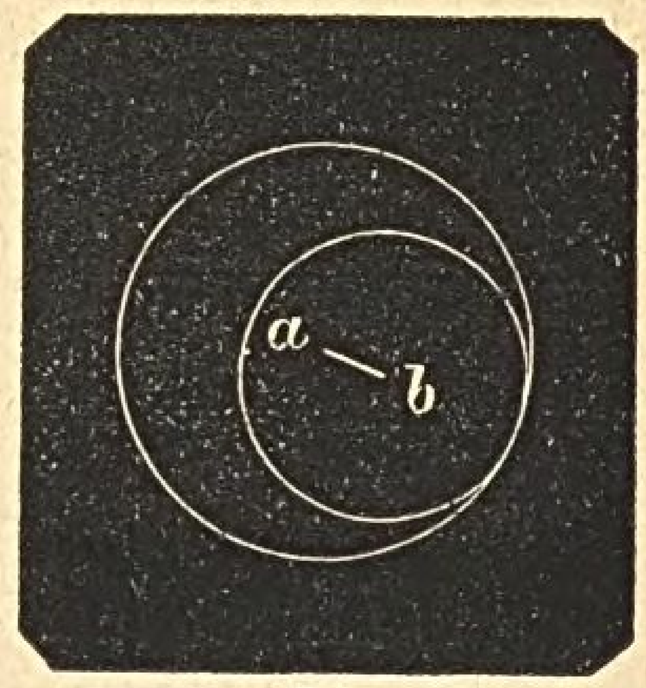
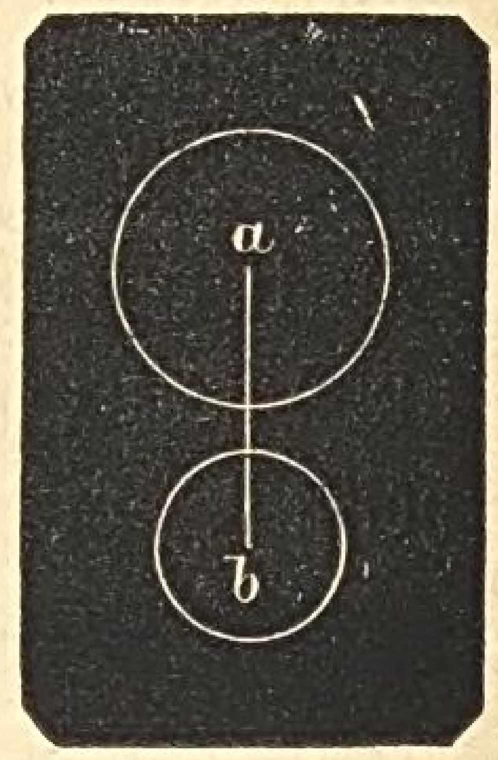


Fig. 71.



Fig. 72.



Aufgaben.

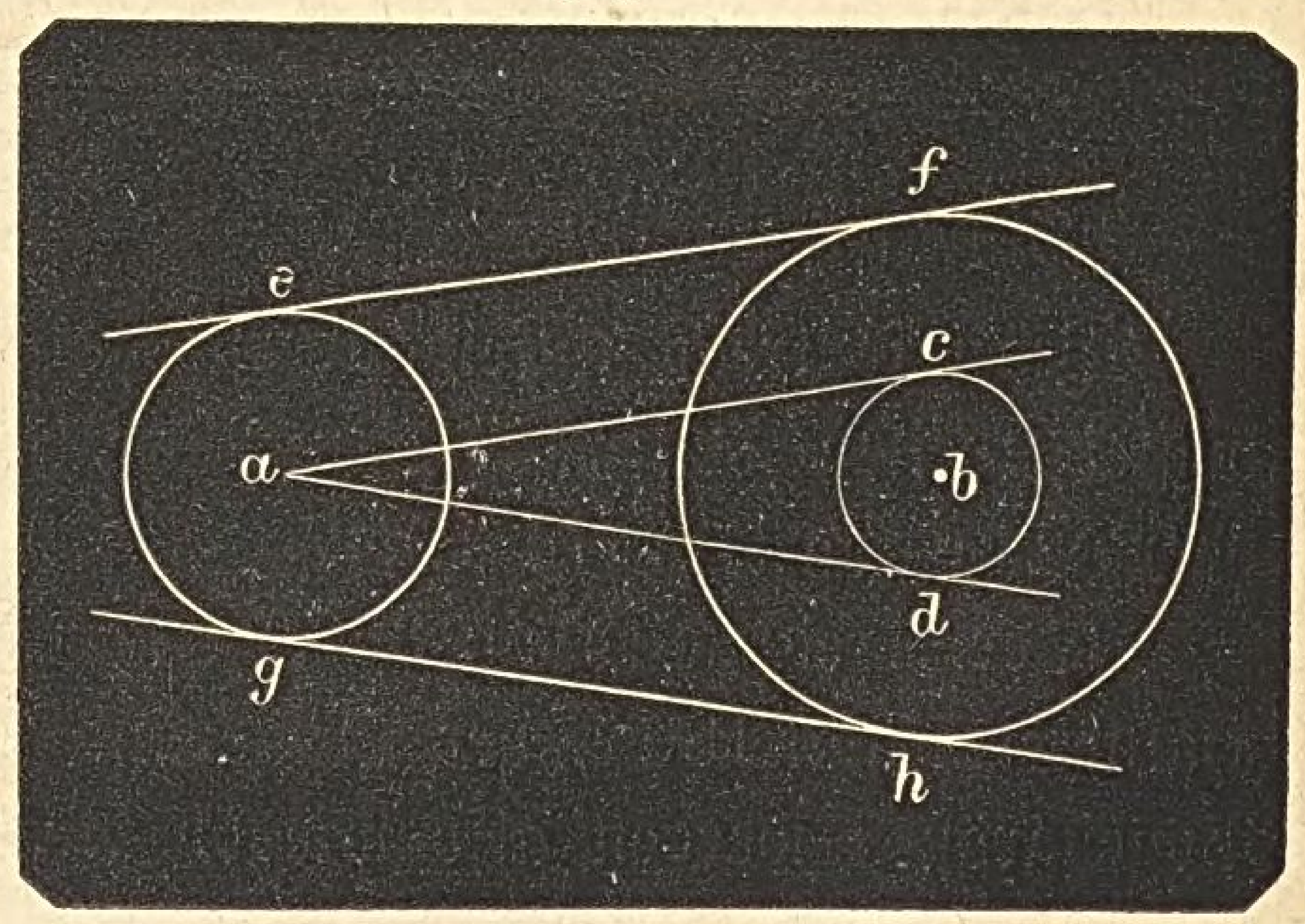
1) An 2 ungleiche Kreise gemeinsame Tangenten zu ziehen.

a) äußere Tangenten.

Fig. 73.

Um äußere Tangenten zu construiren, nehme man den Unterschied beider Radien der gegebenen Kreise, beschreibe damit um den Mittelpunkt b des größeren Kreises einen Kreis und ziehe von a Tangenten a c und a d in diesen Kreis, welche zu den äußeren Tangenten e f und g h || sind.

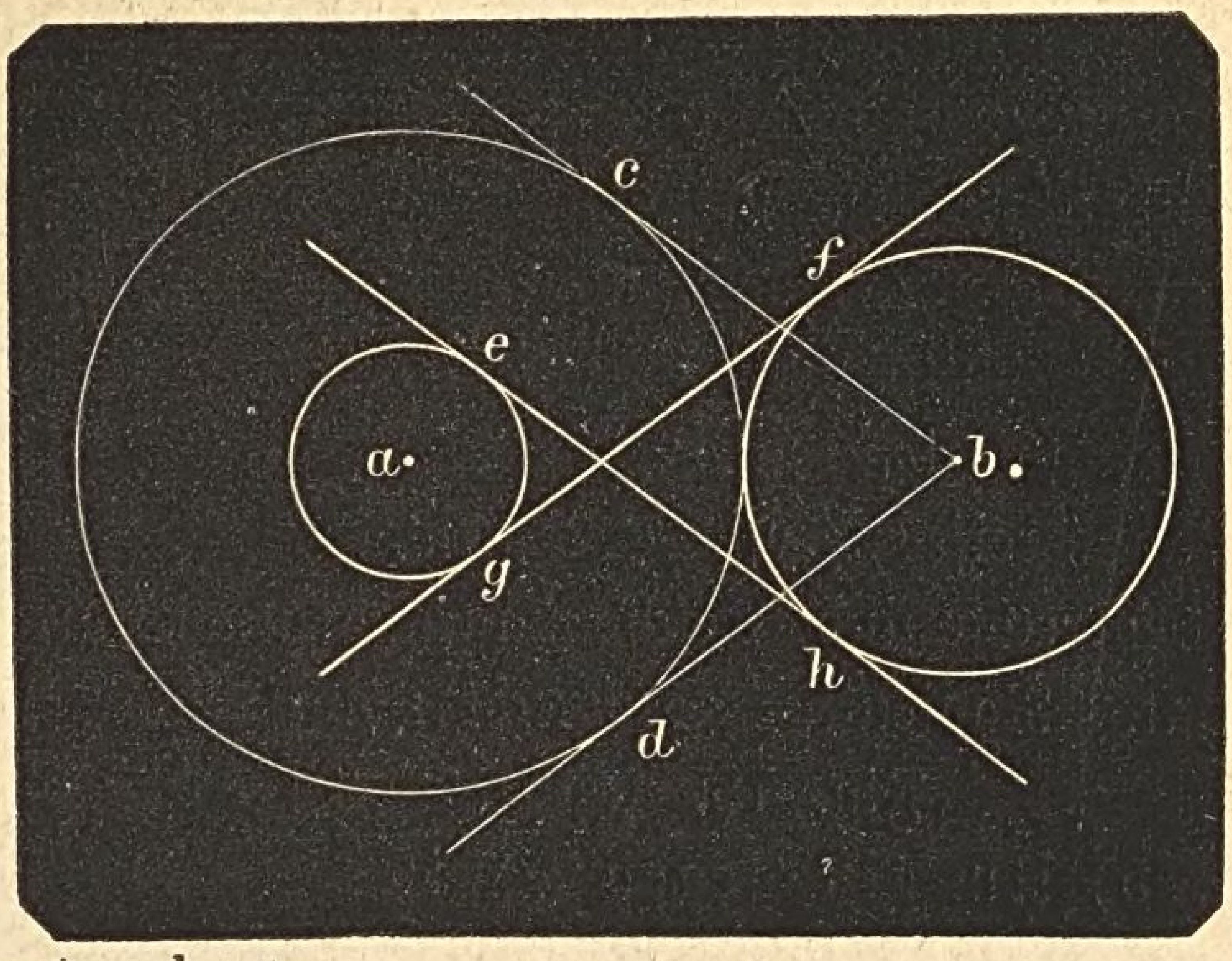
Fig. 73.



b) innere Tangenten.

Fig. 74.

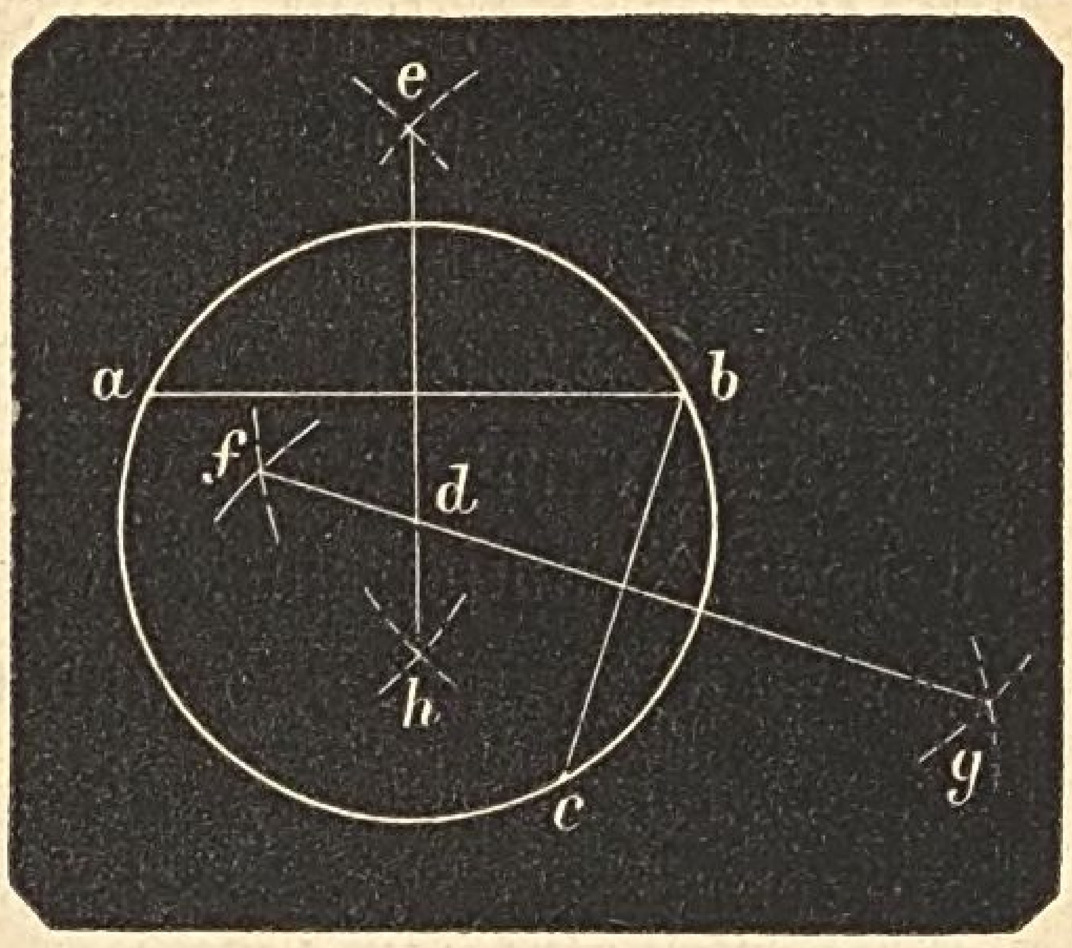
Fig. 74.



Bei der Construction dieser zwischenliegenden Tangenten nimm die Summe der Radien beider Kreise und beschreibe damit um den Mittelpunkt a des kleineren Kreises einen Hilfskreis. Zu den von dem Mittelpunkte b des größeren Kreises gezogenen Tangenten b c und d b sind die verlangten Tangenten g f und e h ||.

Fig. 75.

Fig. 75.

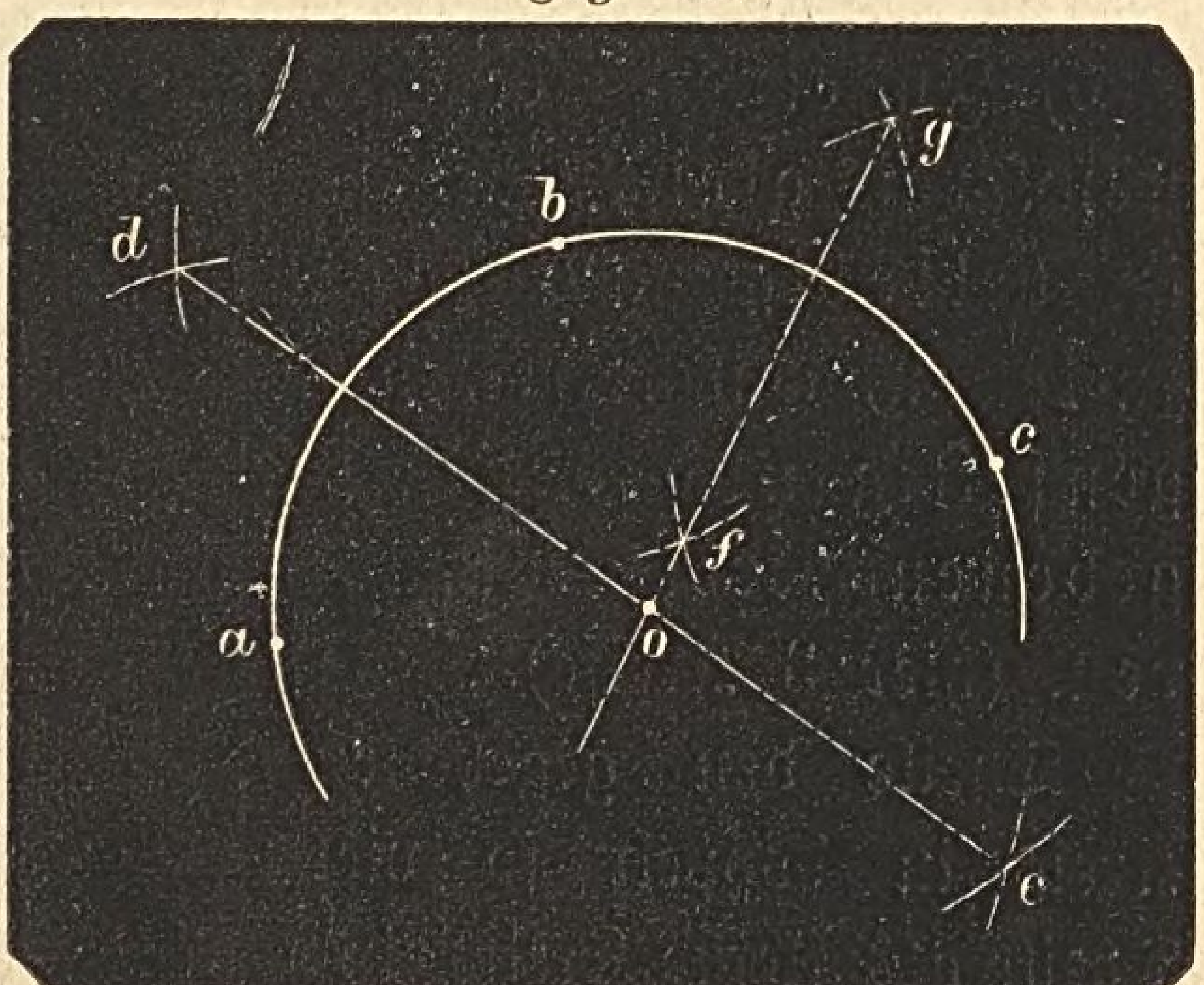


2) Einen Kreis zu beschreiben, der durch drei gegebene Punkte a b c geht.

Verbinde die gegebenen Punkte durch Gerade, halbire a b und b c und lasse die Halbirungslinien sich in d kreuzen, welches der Mittelpunkt des verlangten Kreises und also gleichweit von a, b u. c entfernt sein wird.

Fig. 76.

Fig. 76.



3) Zu einem Bogen das Centrum zu suchen.

Man lege in den gegebenen Bogen 3 Punkte a, b u. c und halbire die Bogenstücke a b und b c. Läßt man die Halbirungslinien d e und g f sich in o schneiden, so ist dies das Centrum, aus welchem der gegeb. Bogen beschrieben werden kann.

Fig. 77.

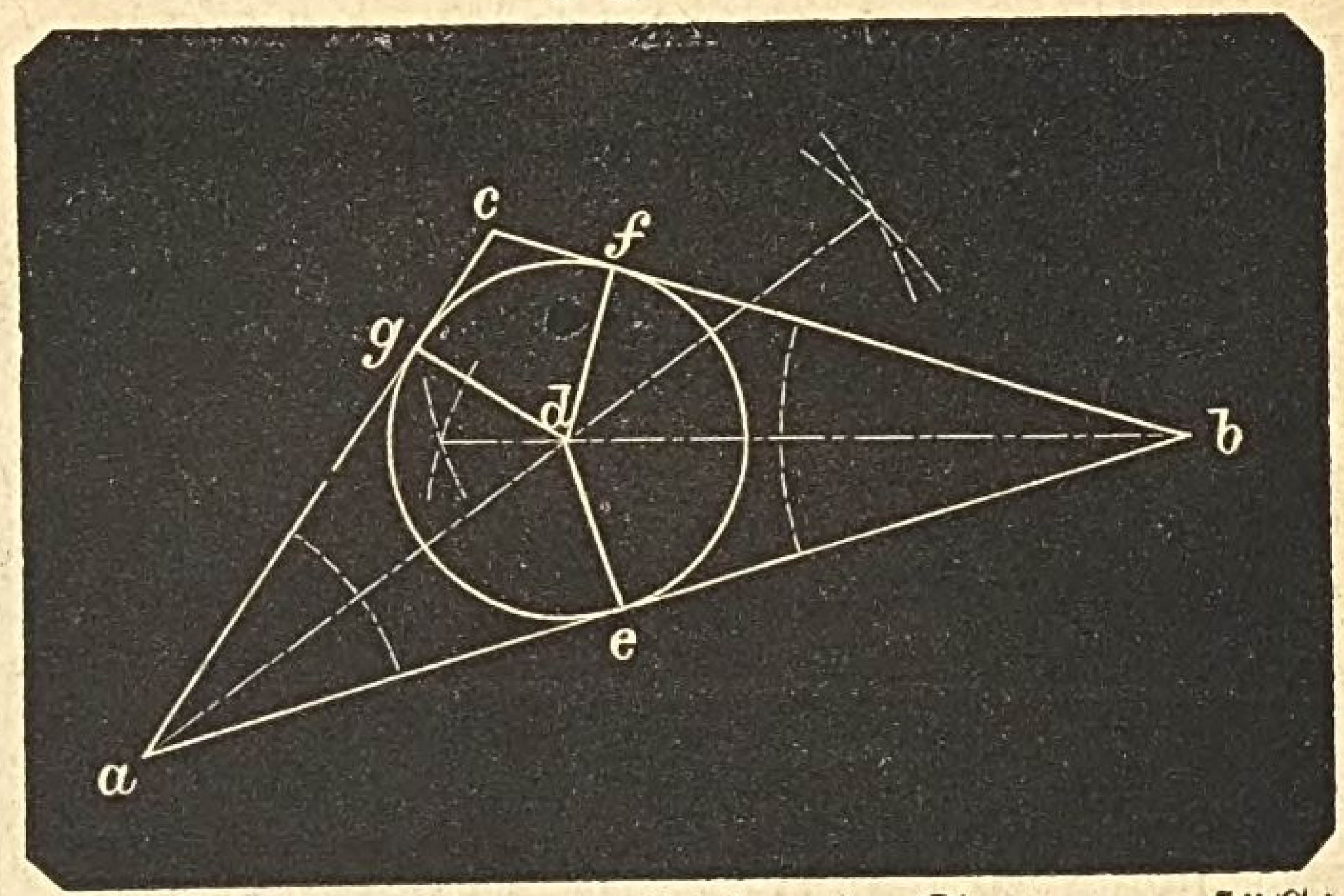


Fig. 77.

4) In ein △ ist ein Kreis zu legen, der die Seiten des △ berührt.

Halbire die Winkel bei a und b im gegeb. △, so bestimmt der Durchschnittspunkt d der Halbirungslinien den Mittelpunkt des Kreises, dessen Radien Senkrechte sind, welche man aus dem Centrum auf die △ Seiten gefällt hat. Radien = Senkrechte: d e = d f = d g.

Fig. 78.

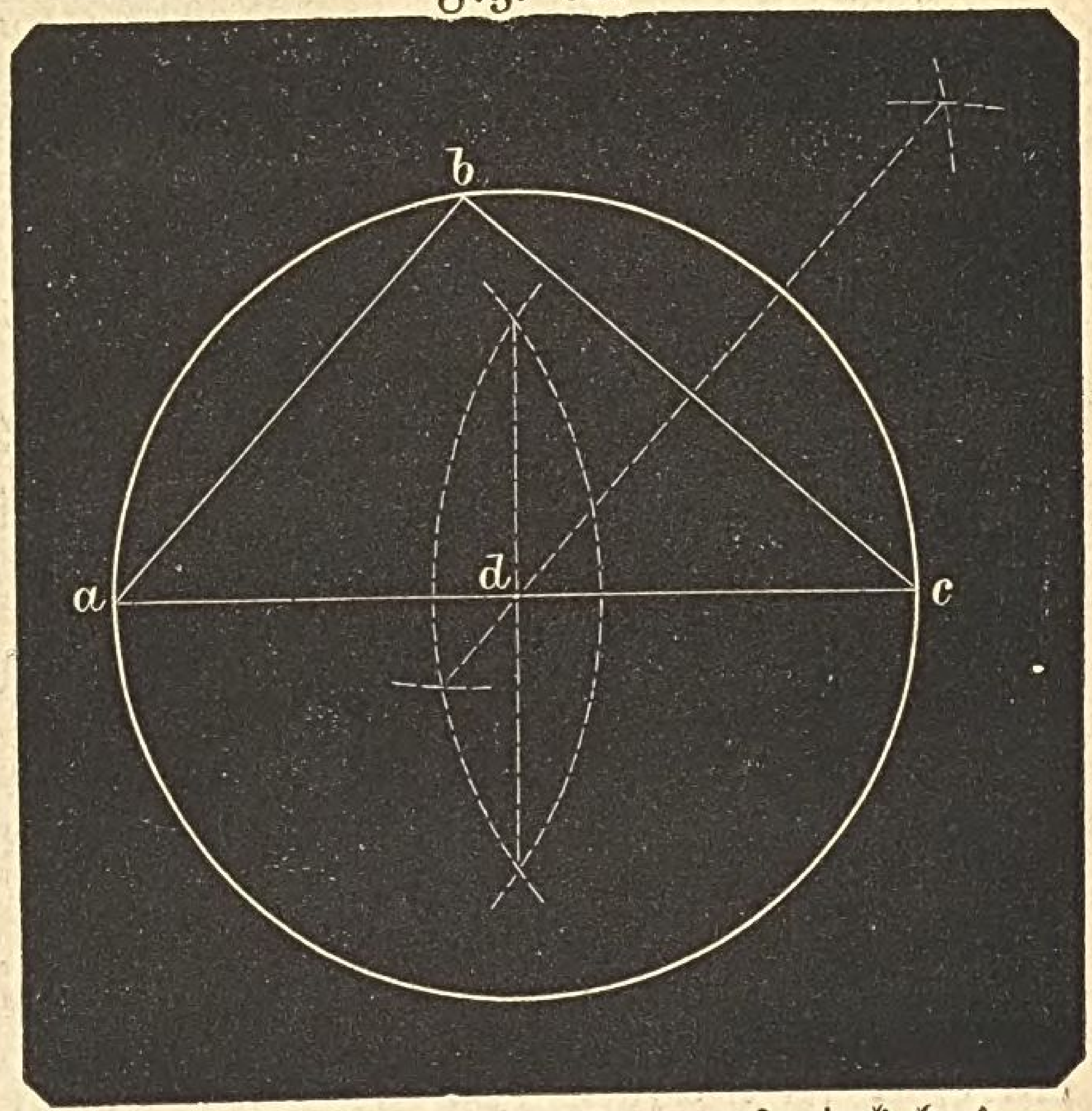


Fig. 78.

5) Um ein gegeb. △ ist ein Kreis zu beschreiben, der durch die Eckpunkte der Figur geht.

Halbire die Seiten a c und b c des △ und lasse die Halbirungslinien sich in d schneiden. Der Durchschnittspunkt d ist das Centrum für den Kreis, der das △ umschreibt, d. h. durch die Eckpunkte a, b und c geht. Radien: d a = d b = d c. (Vgl. Fig. 77 u. 78.)

Dieses Verfahren gilt auch für das Spitz- und Stumpfwinkel △.

Fig. 79.

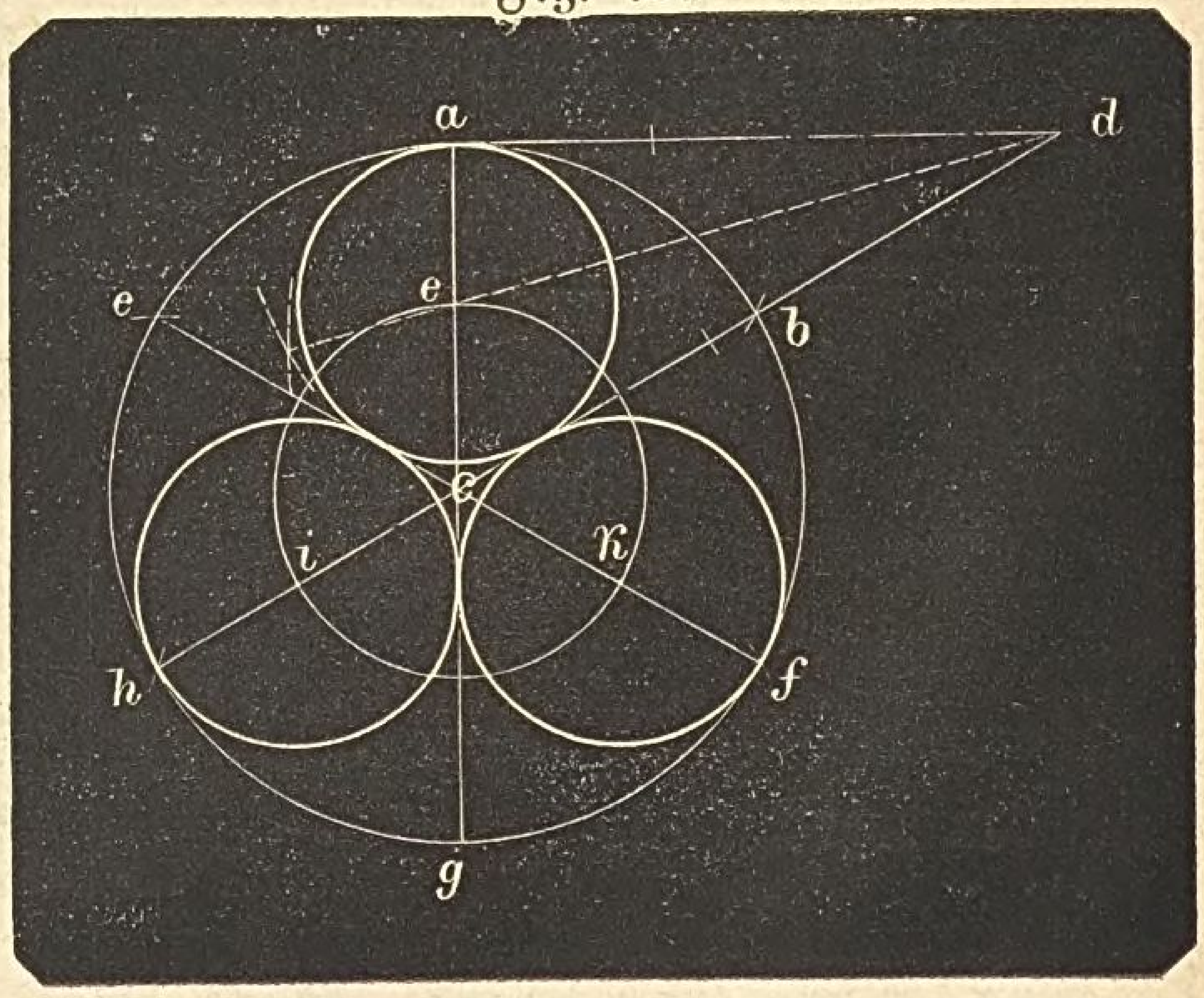


Fig. 79.

6) In einen gegebenen Kreis gleiche Kreise in beliebiger Anzahl zu legen, welche sich gegenseitig und den gegebenen Kreis berühren. (hier 3 Kreise).

Theile den gegebenen Kreis in doppelt so viel Theile als kleine Kreise eingeschrieben werden sollen,

ziehe zu a die auf a g senkrecht stehende Tangente a d und verlängere h b bis d. Halbire den ∠ a d c, so schneidet die Halbirungslinie a c in e. e a ist der Radius für die gesuchten Kreise. Die Centren der übrigen Kreise sind vom Centrum c überall so weit entfernt als e von c. Zieht man also mit c e aus c einen Kreis, so ergeben die Schnittpunkte i und k die übrigen Centren.

Man versuche es, 4, 5 u. m. Kreise einzulegen.

§. 12.

Von den regulären Vielecken (Polygonen).

Erklärung.

Bei einer regelmäßigen oder regulären Figur sind alle Seiten und alle ∠ der Ordnung nach gleich. Man kann sowohl um und in eine Figur einen Kreis beschreiben, als auch eine Figur um und in einen Kreis construiren. Der Mittelpunkt des Kreises ist dann auch immer der Mittelpunkt der Figur. Jede reguläre Figur besteht aus einer größeren oder geringeren Anzahl von gleichschenkligen Dreiecken, wovon eines das Bestimmungsdreieck ist (Fig. 93). Halbirt man die Seiten einer regulären Figur und verbindet die gegenüberliegenden Halbirungspunkte mit einander, so gehen die Theilungslinien durch den Mittelpunkt. Zwischen dem Centrum und dem Theilungspunkt liegt der Radius für den einbeschriebenen Kreis.

Zur Construction regelmäßiger Vielecke kann

a) der **Kreis** gegeben sein; es ist dann die Länge einer Seite des Polygon's zu suchen. Oder es ist

b) eine **Seite** gegeben und damit eine bestimmte reguläre Figur zu suchen.

Aufgaben.

a) Bei gegebenen Kreisen.

1) Ein regelmäßiges 3, 6, 12 Eck ꝛc. ist in den gegebenen Kreis zu beschreiben.

Fig. 80.

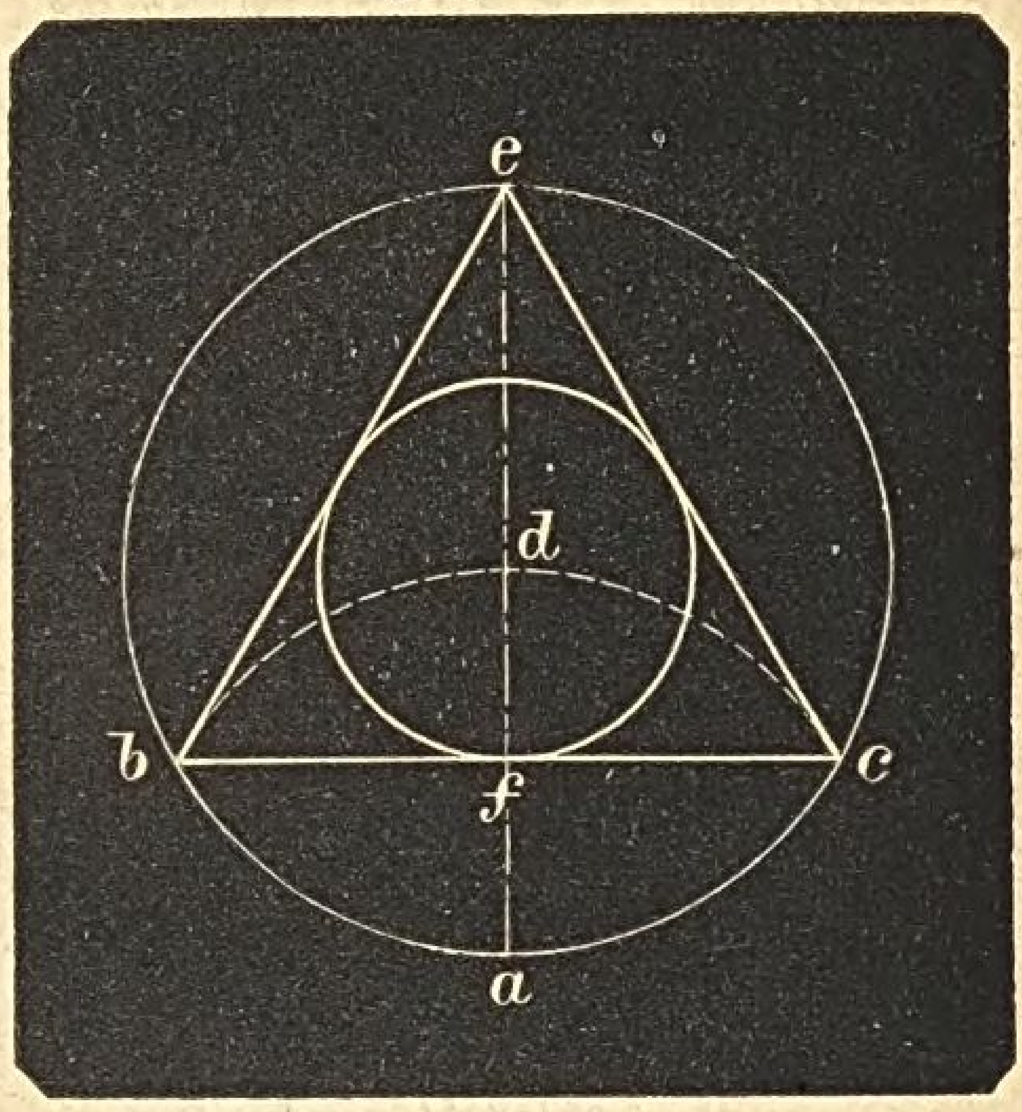


Fig. 80.

Mit dem Radius, dem sechsten Theil des Kreises, beschreibe aus a den Bogen bdc, so schließt der Bogen bac das Maß 2er Radien = $\frac{1}{3}$ der Peripherie ein. Legt man von a durch d einen Durchmesser in den Kreis, so ist e der 3te Eckpunkt. Nun ziehe bc, ce, eb. Der Durchmesser ea halbirt die Seite bc und df ist nun der Radius für den einbeschriebenen Kreis.

Fig. 81.

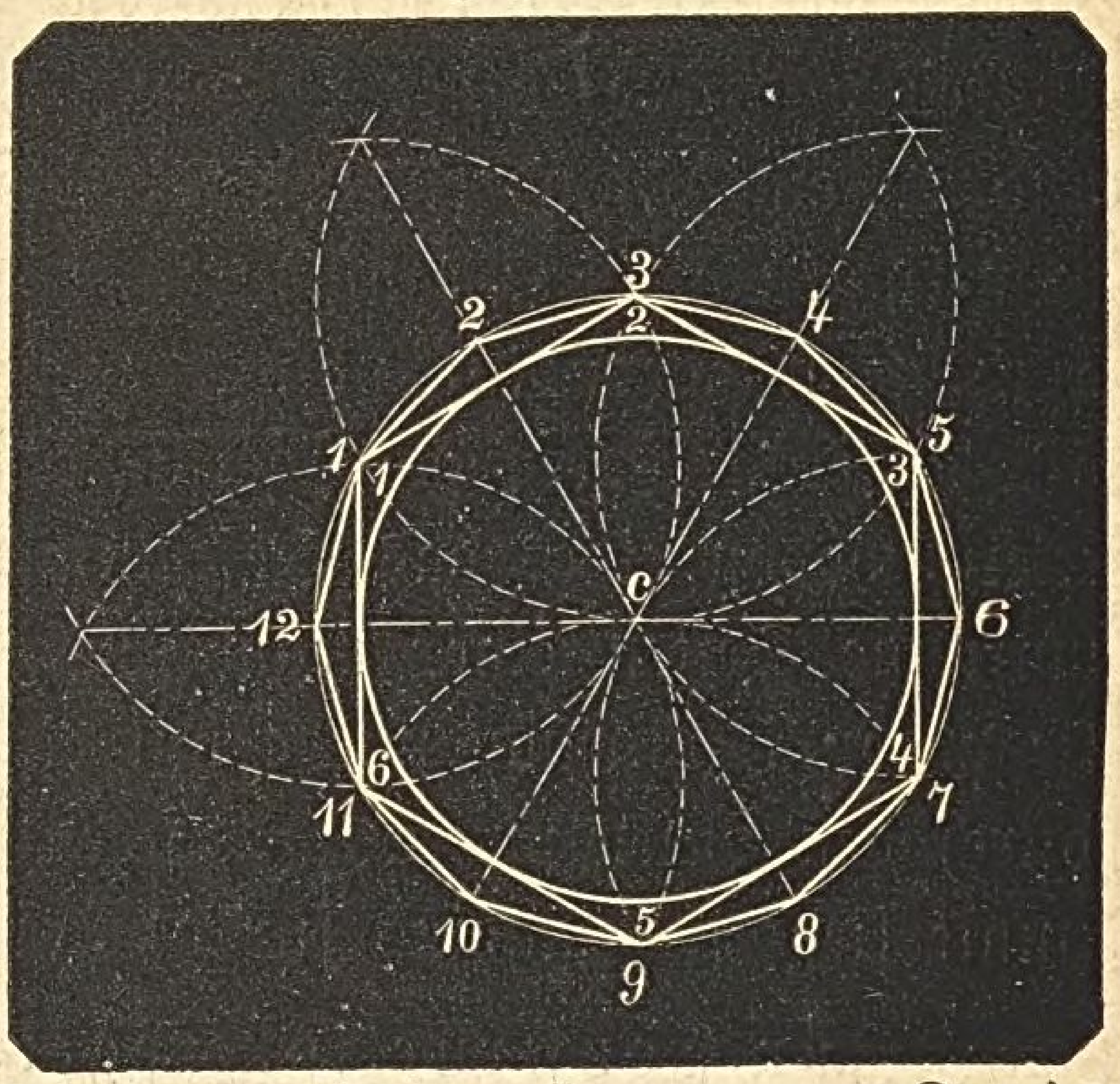


Fig. 81.

Um ein 6 Eck in den Kreis zu zeichnen, trägt man den Radius des Kreises auf die Peripherie, was 6mal geschehen kann, und verbindet dann die Theilungspunkte. Halbirt man 3 Seiten des 6 Ecks und zieht die Theilungslinien als Durchmesser in den Kreis, so erhält man die übrigen Theilungspunkte für das 12 Eck ꝛc.

2) Ein Quadrat, 8 Eck, 16 Eck ꝛc. ist in einen geg. Kreis einzuschreiben.

Fig. 82.

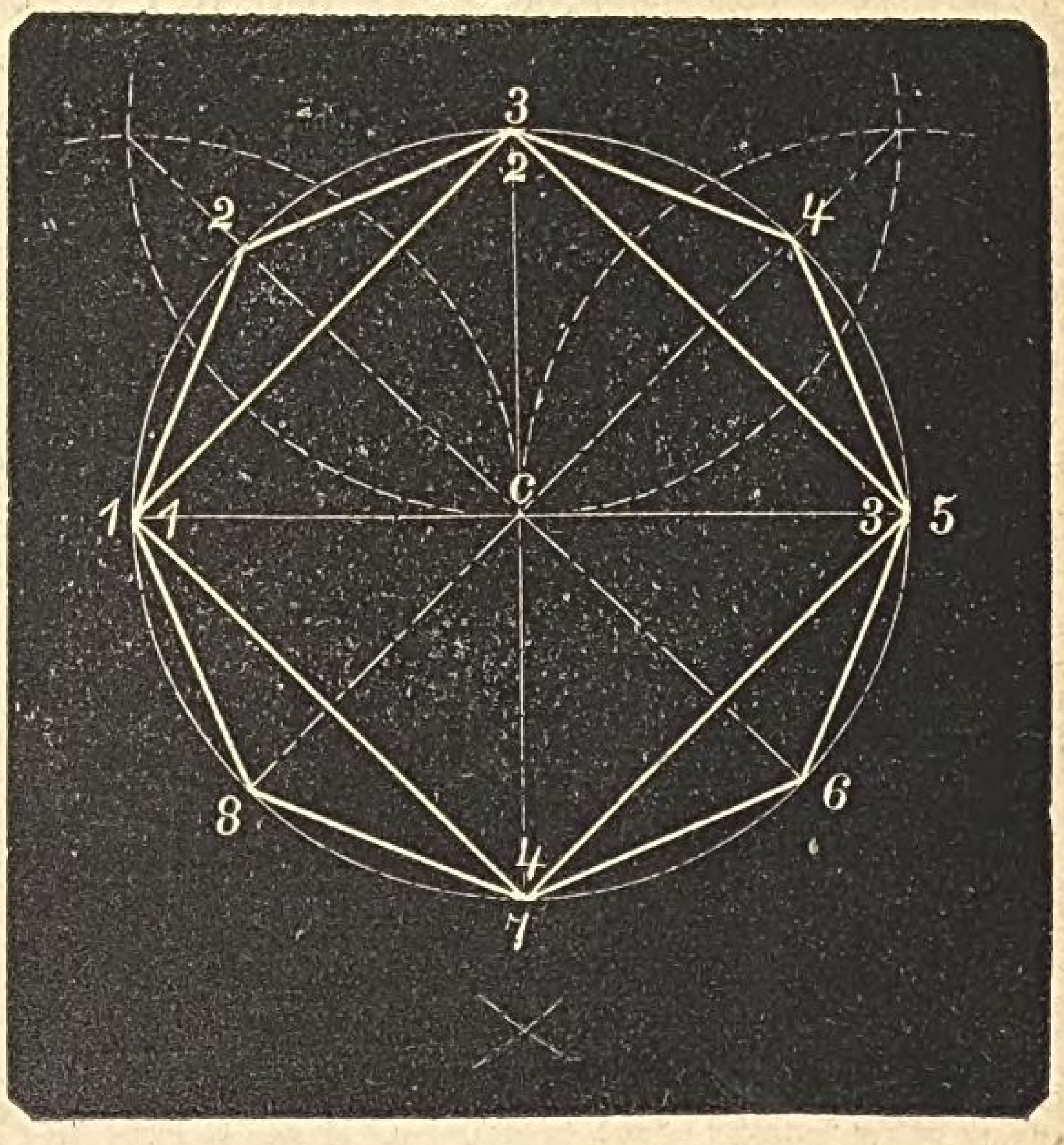


Fig. 82.

Man lege in den gegebenen Kreis 2 senkrecht sich schneidende Durchmesser, 11,35 und 32,47 und verbinde deren Endpunkte. Durch Halbirung der Quadratseiten erhält man das 8 Eck ꝛc.

3) Ein regelmäßiges **Fünf-, Zehn-, Fünfzehneck** rc. ist zu construiren, resp. in einen gegeb. Kreis einzuschreiben.

Fig. 83.

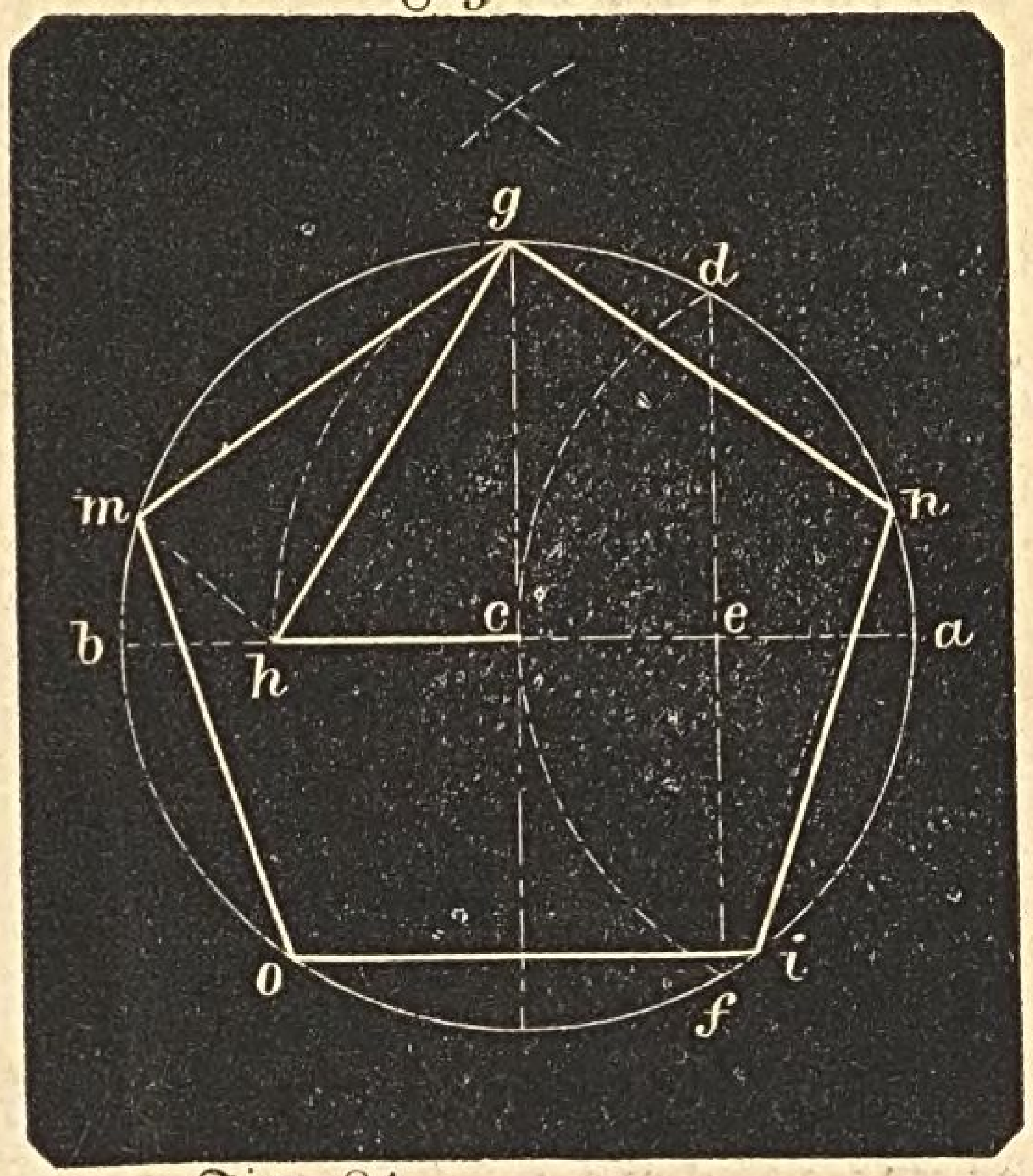


Fig. 83.

Lege in den gegebenen Kreis 2 senkrecht aufeinanderstehende Durchmesser. Mit dem Radius des Kreises beschreibe aus a den Bogen dcf und ziehe dessen Sehne df, so gibt eg den Radius zu dem Bogen gh, dessen gleichnamige Sehne das Maß für eine Seite des in den Kreis zu schreibenden 5Ecks ist. — ch aber ist eine Seite des einzuschreibenden 10Ecks.

Fig. 84.

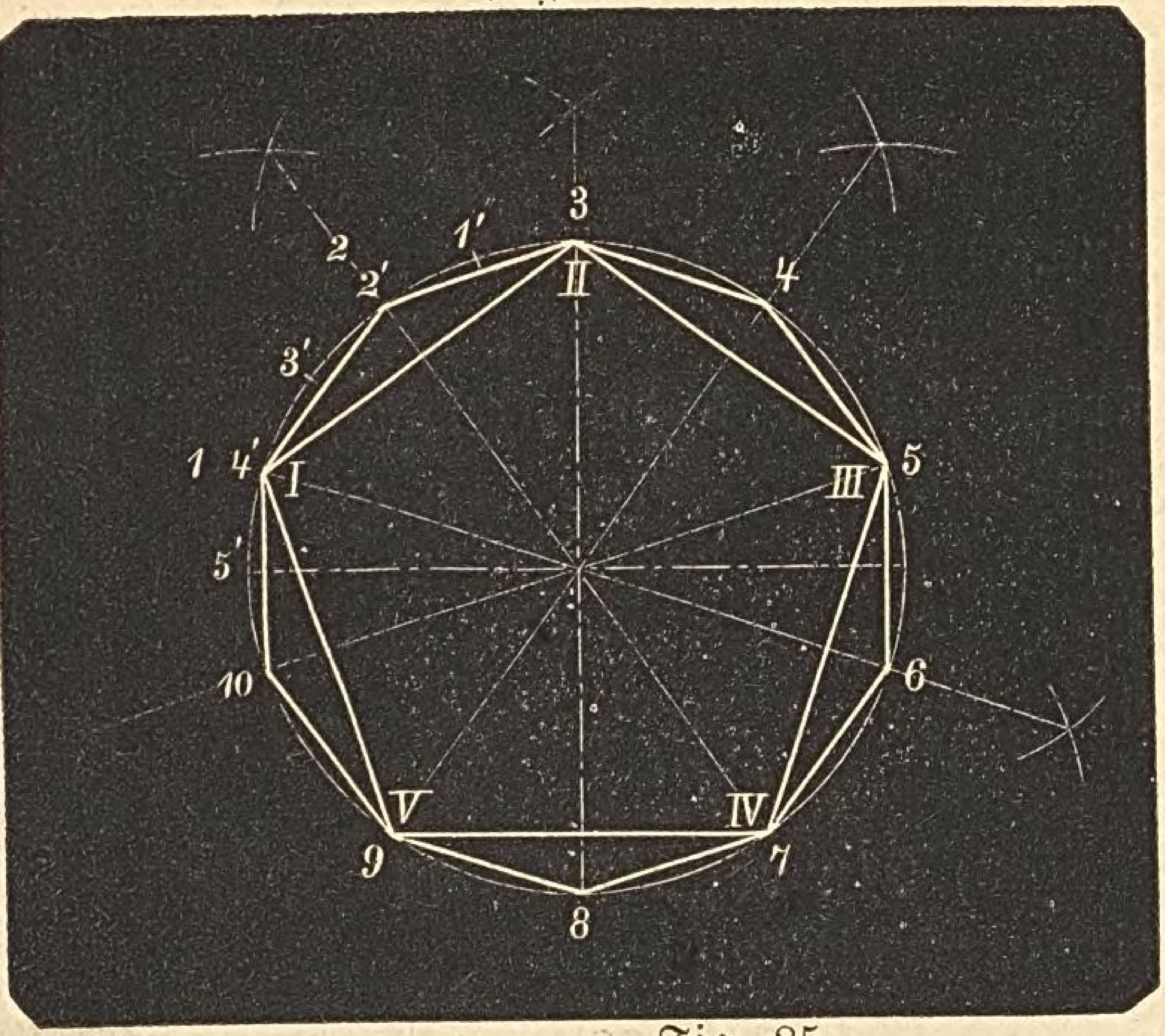


Fig. 84.

Theilt man einen Quadranten (90°) in 5 gleiche Theile, à 18°, so betragen 4 Theile 72°, für welche eine 5 Ecksseite eine Sehne gibt. Halbirt man die Seiten des 5 Ecks, so erhält man die Theilpunkte für das 10 Eck. $\frac{2}{5}$ des Quadranten sind 36 Bogengrade, deren Sehne eine Seite des Zehnecks ist.

Fig. 85.

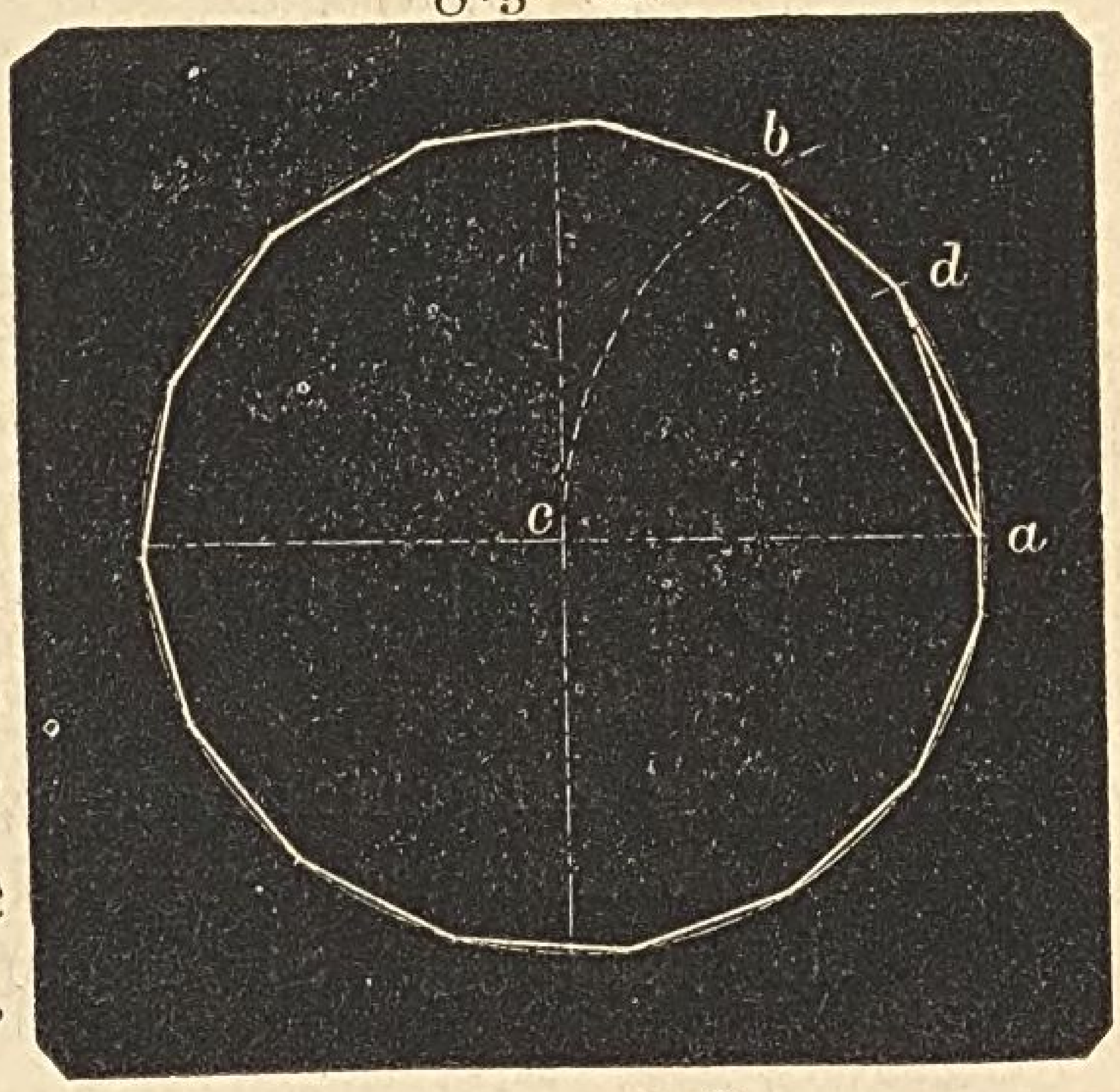


Fig. 85.

Das reguläre Fünfzehneck beschreibt man, indem man erst von der Peripherie aus a mit dem Radius ac ein Sechstel = ab, dann $\frac{2}{5}$ des Quadranten = ad abschneidet. Der Unterschied beider Theile der Peripherie (60° — 36°) ist ein Fünfzehntel (24°).

4) Ein reguläres **7 Eck** ist in einen gegebenen Kreis einzuzeichnen.

Fig. 86.

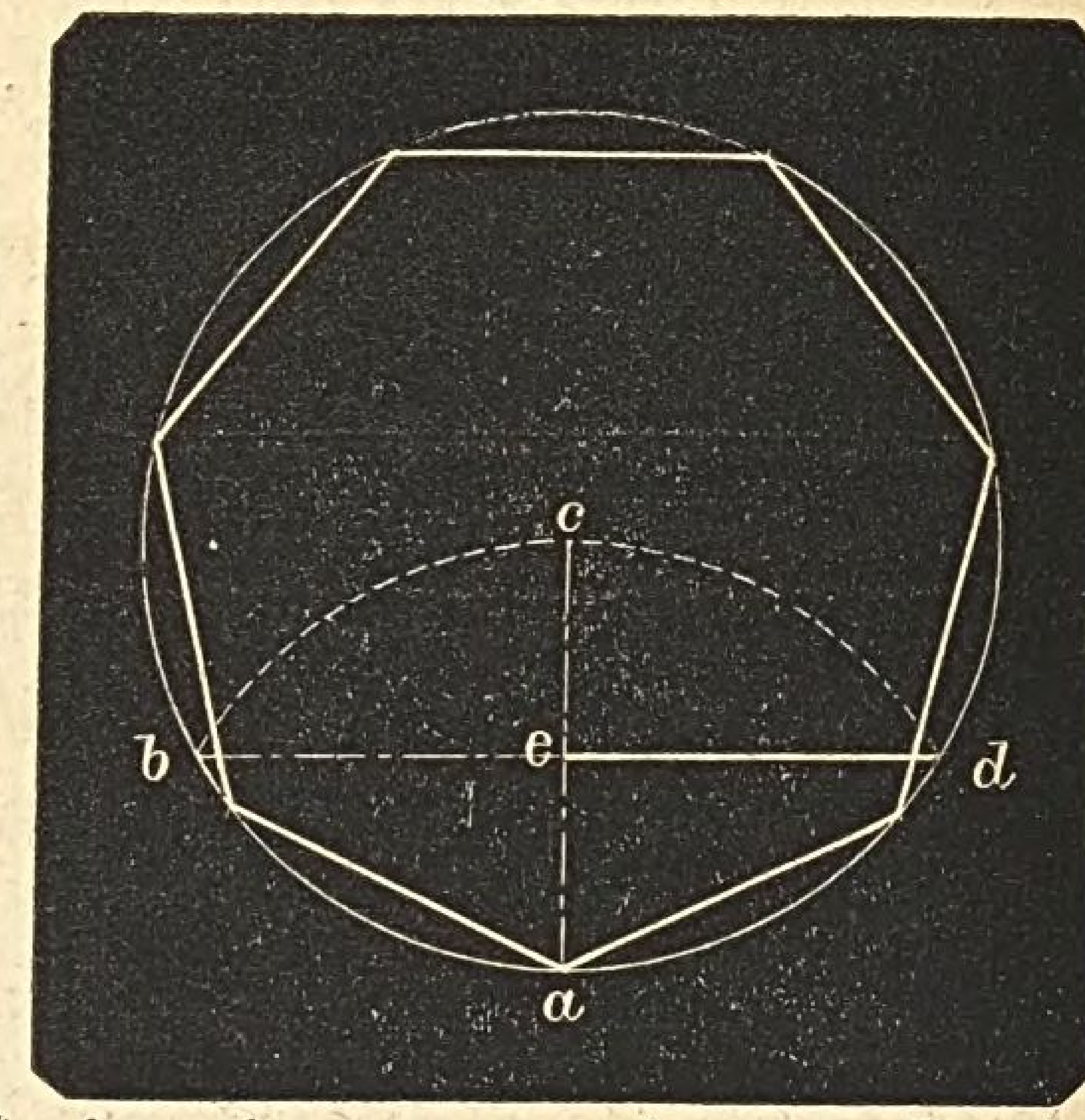


Fig. 86.

Beschreibe mit dem Radius des Kreises (ac) aus irgend einem Punkt der Peripherie (a) einen Bogen b c d, so ist dessen Sehnenhälfte $\frac{bd}{2} = ed$ eine Seite des regulären 7 Ecks.

5) Ein reguläres **9 Eck** ist in einen gegebenen Kreis einzuzeichnen.

Fig 87.

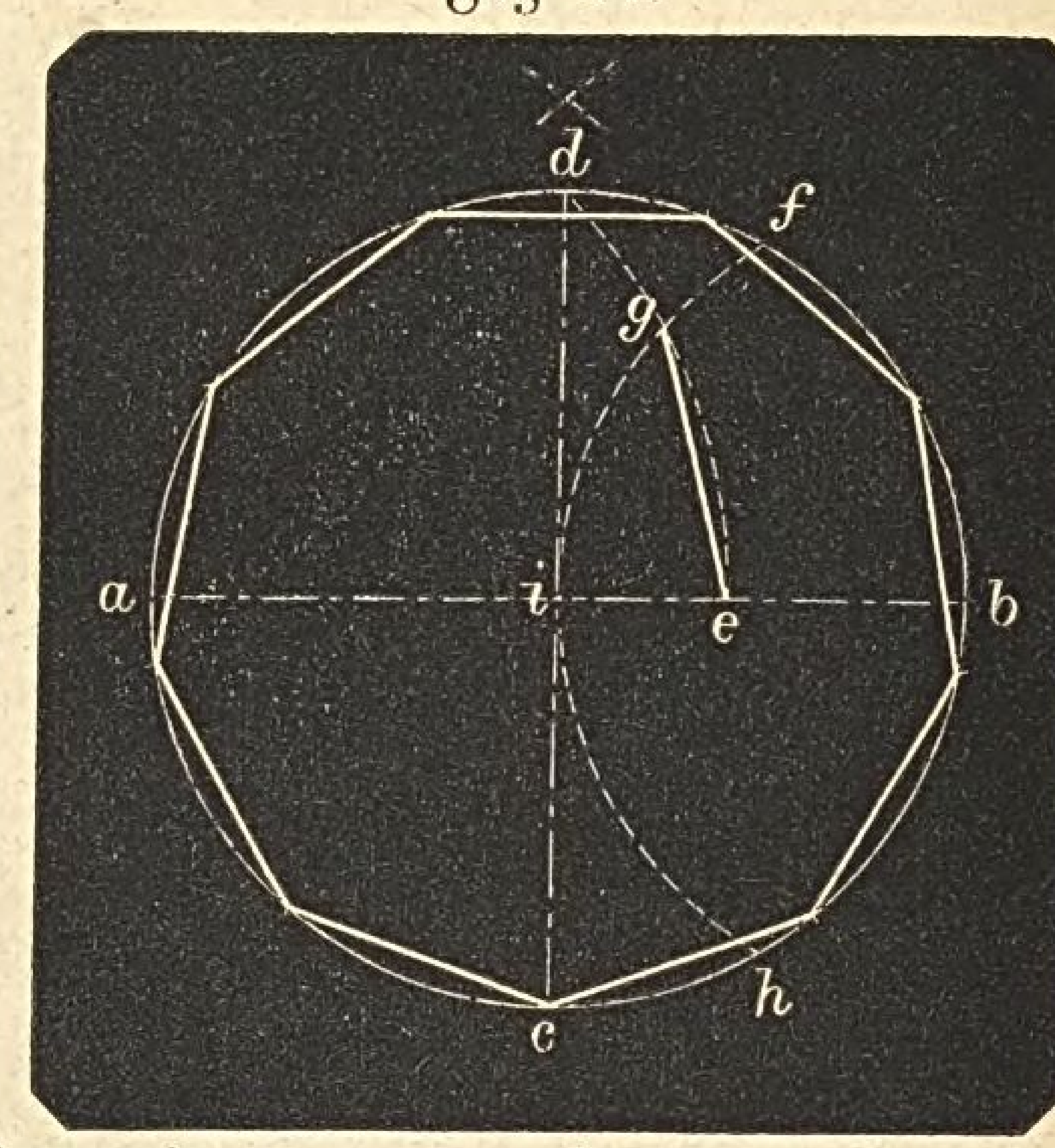


Fig. 87.

In den Kreis sind 2 senkrecht aufeinanderstehende Durchmesser a b u. c d zu legen und mit dem Radius des Kreises b i aus b der Kreisbogen f i h zu ziehen. Sodann setze in a ein, öffne den Zirkel bis d und schlage den Bogen d g e. Die Sehne des Bogens g e ist eine Seite des 9 Ecks.

6) Ein reguläres **11 Eck** ist in einen gegebenen Kreis einzuschreiben.

Fig. 88.

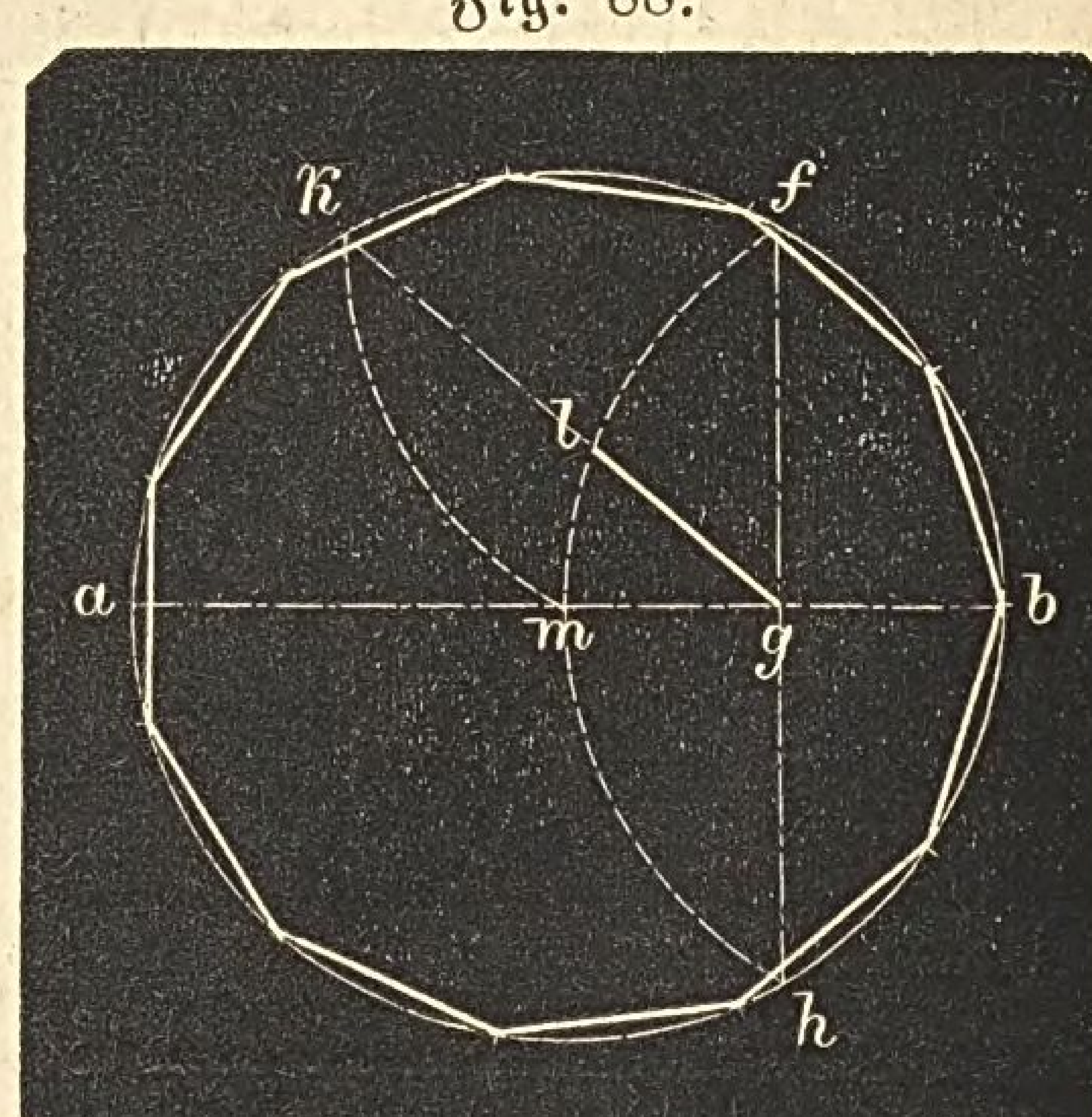


Fig. 88.

Ziehe den Durchmesser a b; dann beschreibe mit dem Radius des Kreises b m den Kreisbogen h m f, ziehe die Sehne h g f, beschreibe aus f mit dem vorigen Radius den Bogen m k, verbinde k g, so ist l g die Länge einer Seite des 11 Ecks.

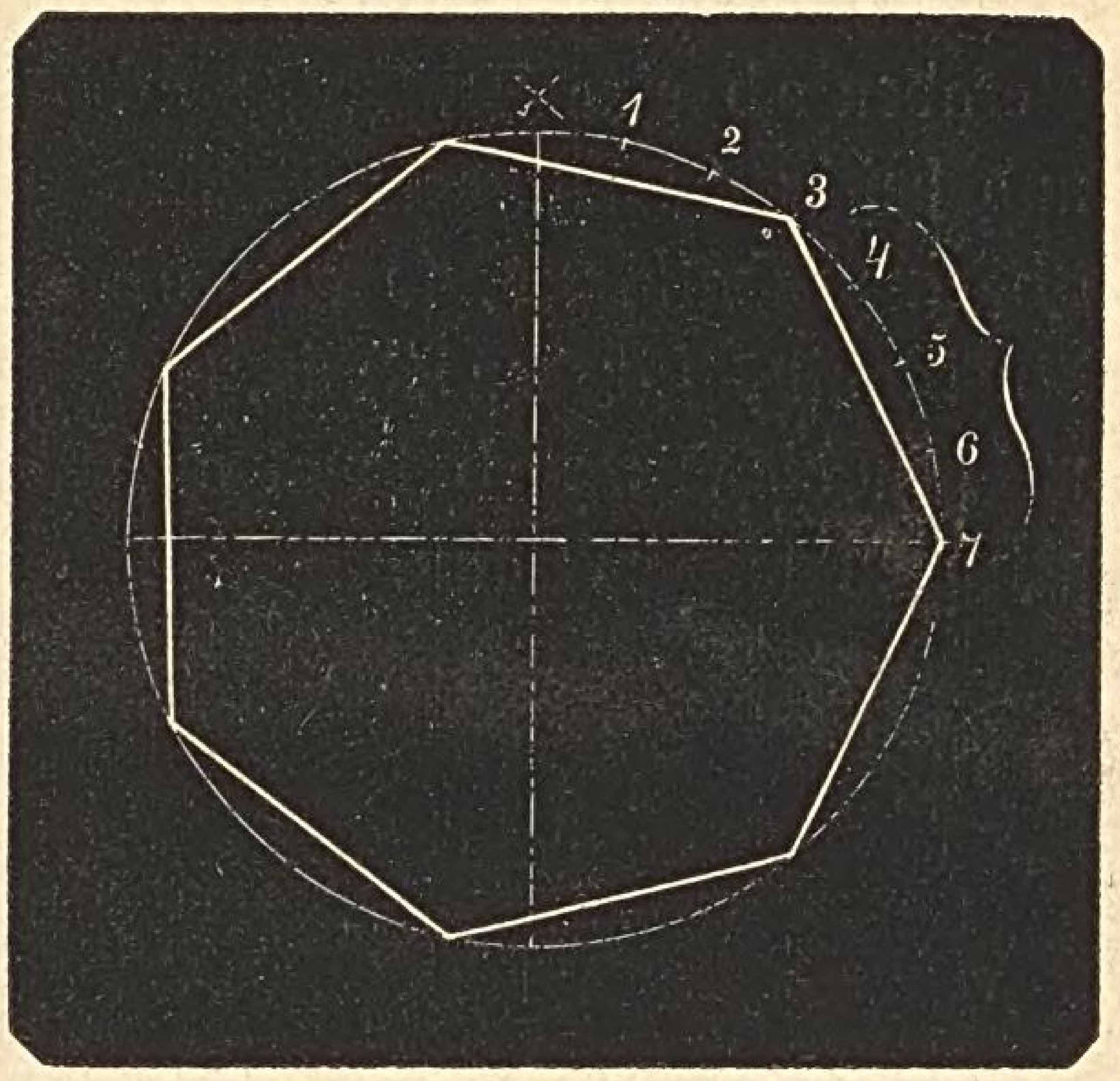
Anm. Eine allgemeine Regel zur Construction regulärer Vielecke ist die schon Fig. 84 angewandte:

Theile den Kreis durch 2 senkrecht sich schneidende Durchmesser in 4 Quadranten, einen Quadranten in so viele Theile, als das Vieleck Seiten haben soll und nimm vier solche Theile als eine Seite des Polygons.

Fig. 89.

7) Ein 7 Eck ist auf die in vorstehender Anmerkung angegebene Weise in einen Kreis einzuschreiben.

Fig. 89.

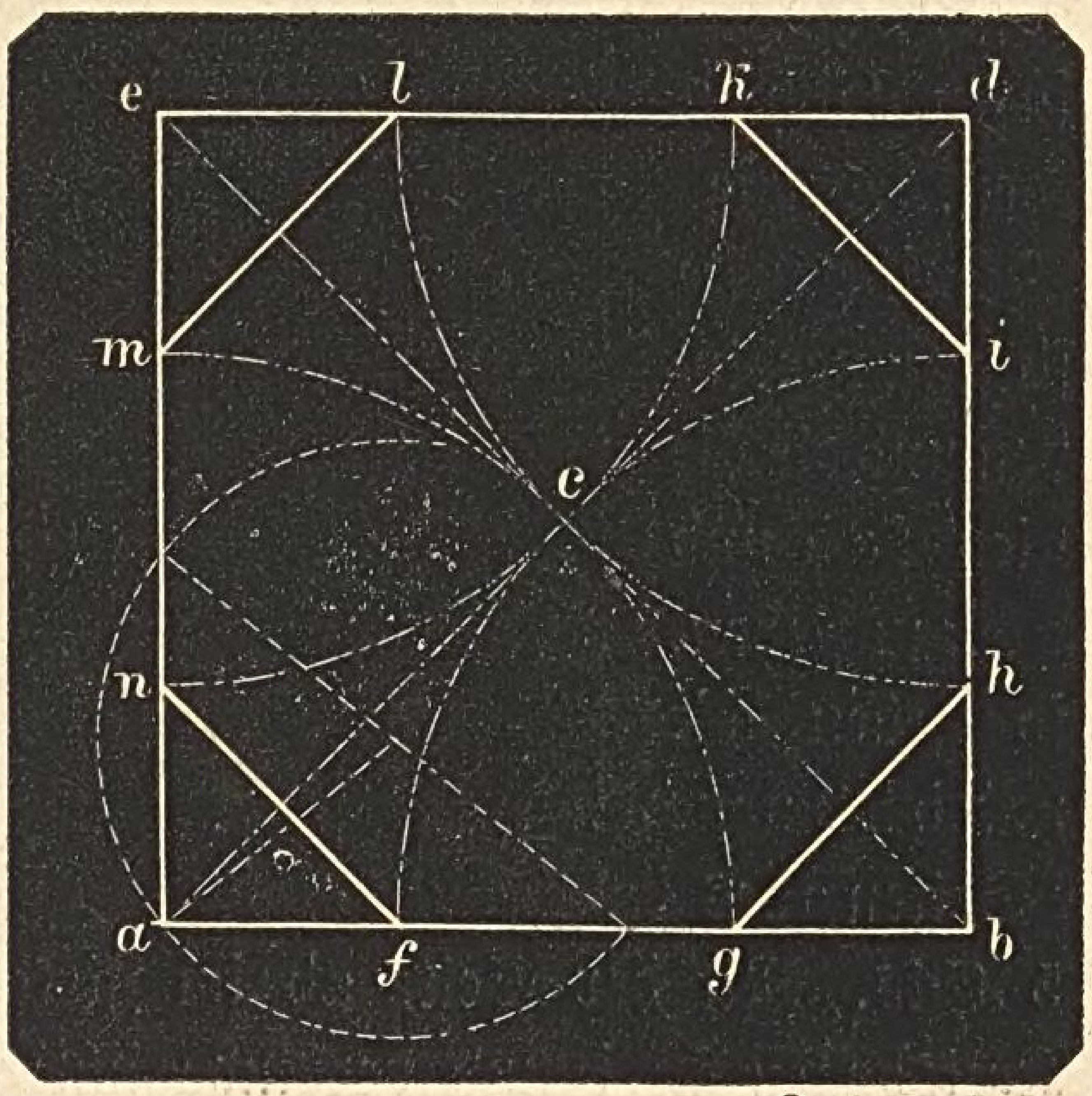


8) Ein 8 Eck ist in ein Quadrat einzuschreiben.

Fig. 90.

Ziehe in das Quadrat die Diagonalen ad und be, so ergibt sich der Mittelpunkt c des Quadrats. Mit dem Radius ac schlage aus den Eckpunkten des □ Bögen, welche die Quadratseiten in fghiklm und n schneiden; verbinde dann gh, ik, lm und nf.

Fig. 90.



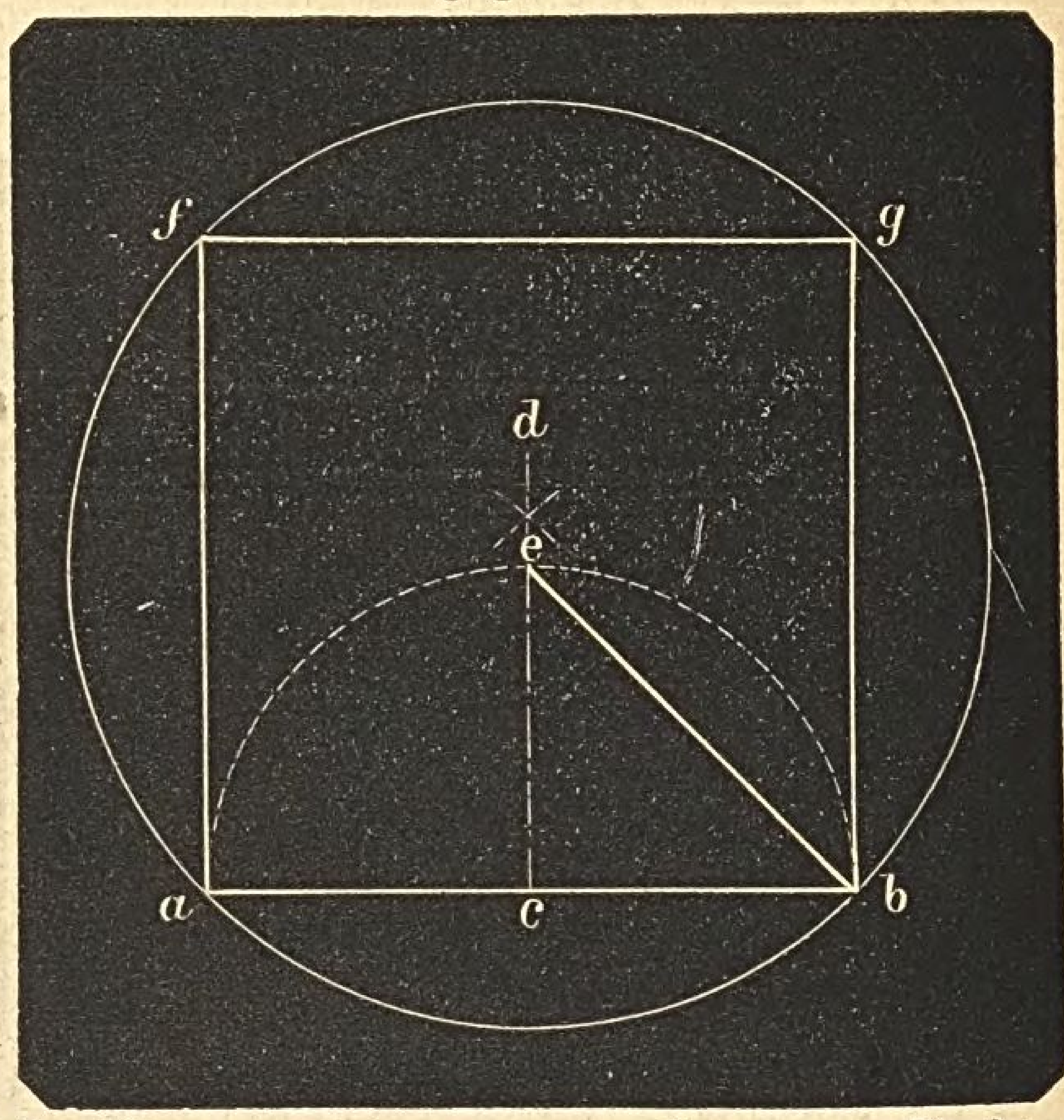
b) Bei gegebenen Seiten.

1) Ein Quadrat ist zu construiren und um dasselbe ein Kreis zu beschreiben; gegeben ist eine Seite ab.

Fig. 91.

Errichte in der Mitte c der Geraden ab eine Senkrechte cd und beschreibe mit dem Radius cb einen Halbkreis, so gibt eb den Radius für den Kreis, auf welchem die Seite ab 4 mal aufgetragen werden kann.

Fig. 91.

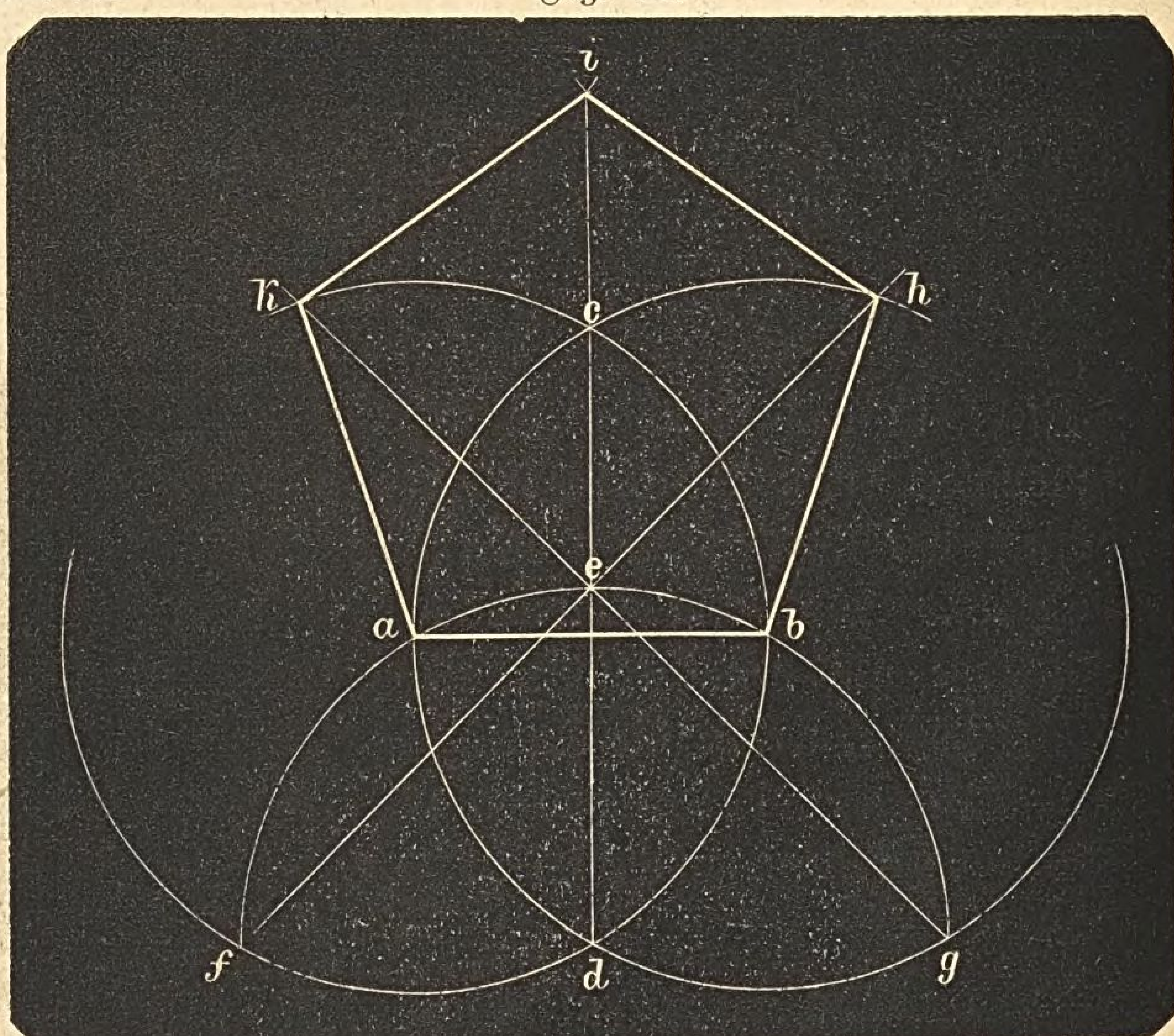


2) Ein reguläres 5 Eck ist aus der gegebenen Seite ab zu construiren.

Fig. 92

Mit dem Radius ab beschreibe aus a und b Kreisbogen, die sich in c u. d schneiden. Diese Schnittpunkte sind zu verbinden und die Linien feh und gekzu ziehen, so geben ak und bh 2 neue Seiten des 5 Ecks. Mit der Seite ab im Zirkel mache man endlich aus k und h Kreisbogen in i und verbinde schließlich ki und hi.

Fig. 92.

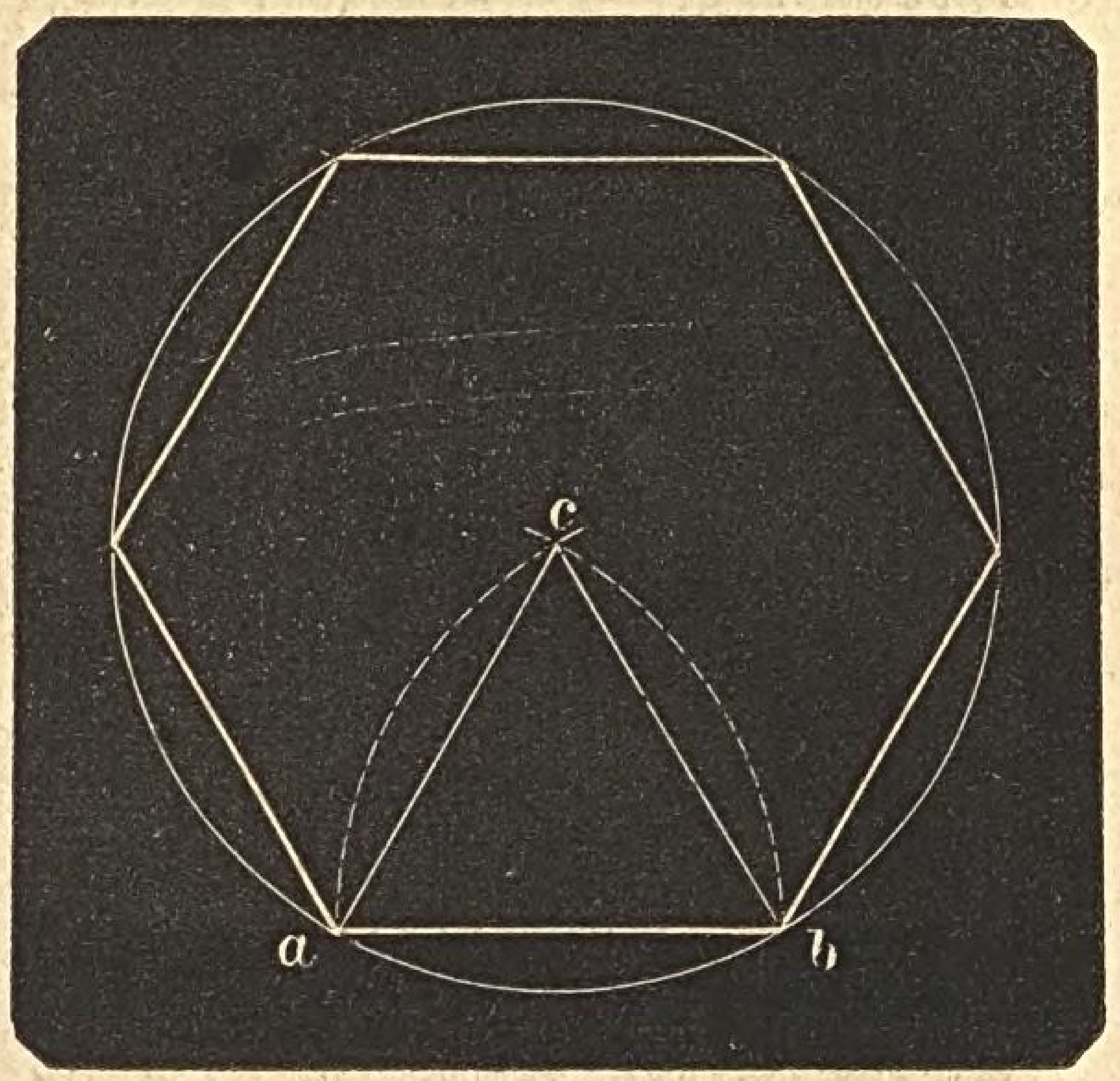


3) Ueber einer gegebenen Seite ist ein reguläres 6 Eck zu zeichnen.

Fig. 93.

Beschreibe mit der Seite a b als Radius aus a und b Kreisbogen, die sich in c schneiden, so ist a b c das Normal △ und dessen Spitze c das Centrum, c a der Radius für den Kreis, auf welchem ab 6mal aufzutragen ist.

Fig. 93.



2) Aus der gegebenen Länge der Seite (hier ab) jedes verlangte Polygon zu construiren.

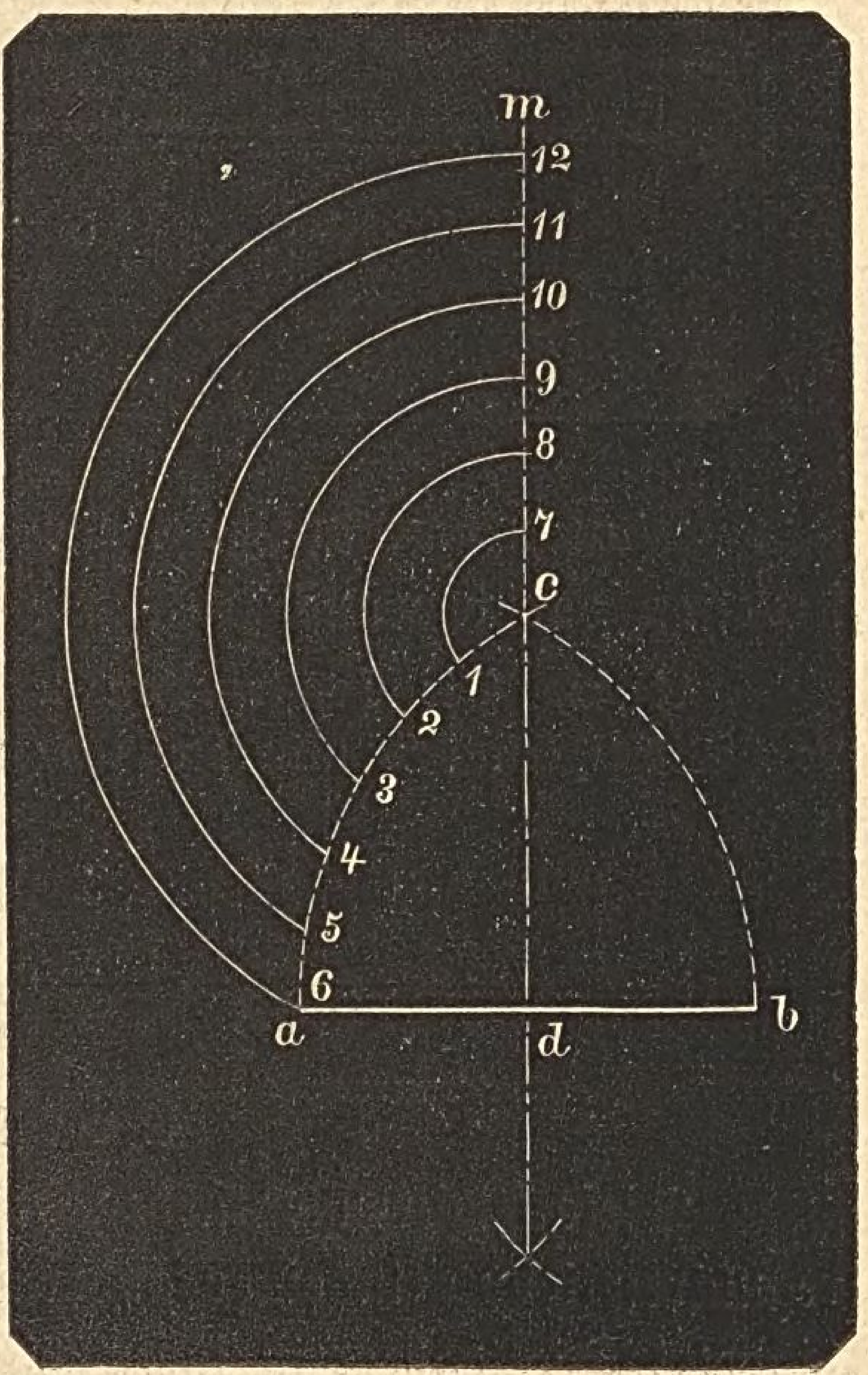
Fig. 94.

Ist a b gleich der gegebenen Vieleckseite, so beschreibe mit dem Radius ab die Kreisbogen ac und bc, fälle aus c die Normale cd auf ab und verlängere die Senkrechte nach m. Nun theile den Bogen ac in 6 gleiche Theile, beschreibe aus c die Bögen 1—7; 2—8; 3—9; 4—10; 5—11 und 6—12.

Trage dann 2 Theile c7 nach e u. f, so ist, wie aus der ausgeführten Zeichnung Fig. 95 hervorgeht:

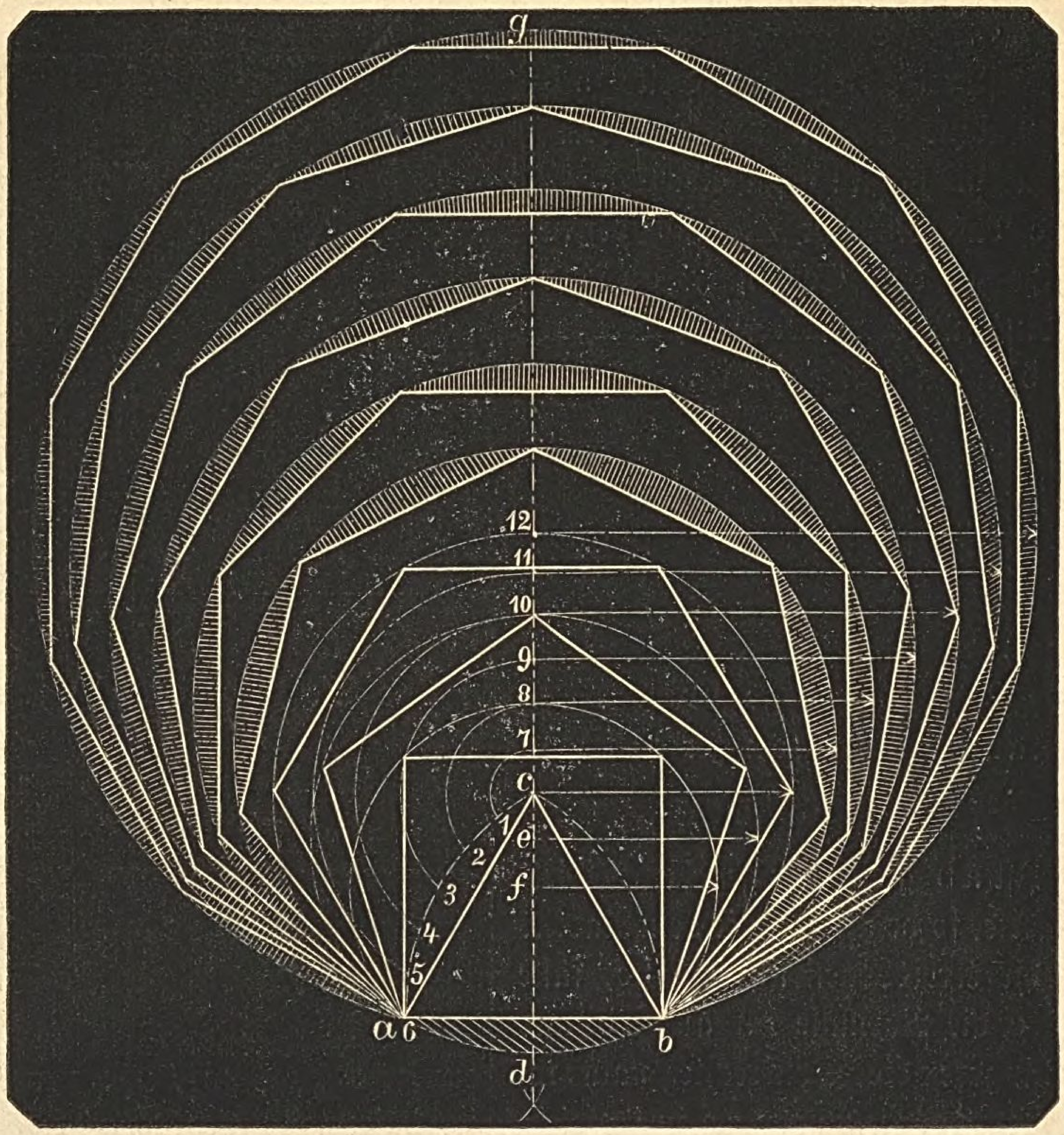
acb das gleichseitige △, fa der Radius für den Kreis des regelmäßigen 4 Ecks (Quadrat) über ab; ea der Radius für den Kreis des regelmäßigen 5 Ecks, ca für das 6 Eck, 7a für das 7 Eck, 8 a für das 8 Eck ꝛc. ꝛc.

Fig. 94.



Ausführung der vorigen Aufgabe.

Fig. 95.



Man nehme die gegebene Seite ab=4 cm. und führe die Construction darüber aus.

Anm. Die Construction unregelmäßiger Polygone ist weniger von Wichtigkeit und unterbleibt deshalb hier.

§. 13.

Von den Sternpolygonen.

Erklärung.

Diese Figuren entstehen dadurch, daß man die Winkelpunkte einer regulären Figur in einer andern Ordnung, als bisher geschehen, verbindet. Sie haben in ihrer Eigenthümlichkeit eine große Aehnlichkeit

mit einem Sterne (daher ihr Name), das ist ein größerer oder kleinerer Punkt, von welchem nach allen Richungen Strahlen ausgehen. Ein Stern der einfachsten Art entsteht, wenn mehrere Gerade sich in einem Punkte (o) so schneiden, daß immer ein Strahl (o d) ⊥ auf einem andern steht. Fig. 96.

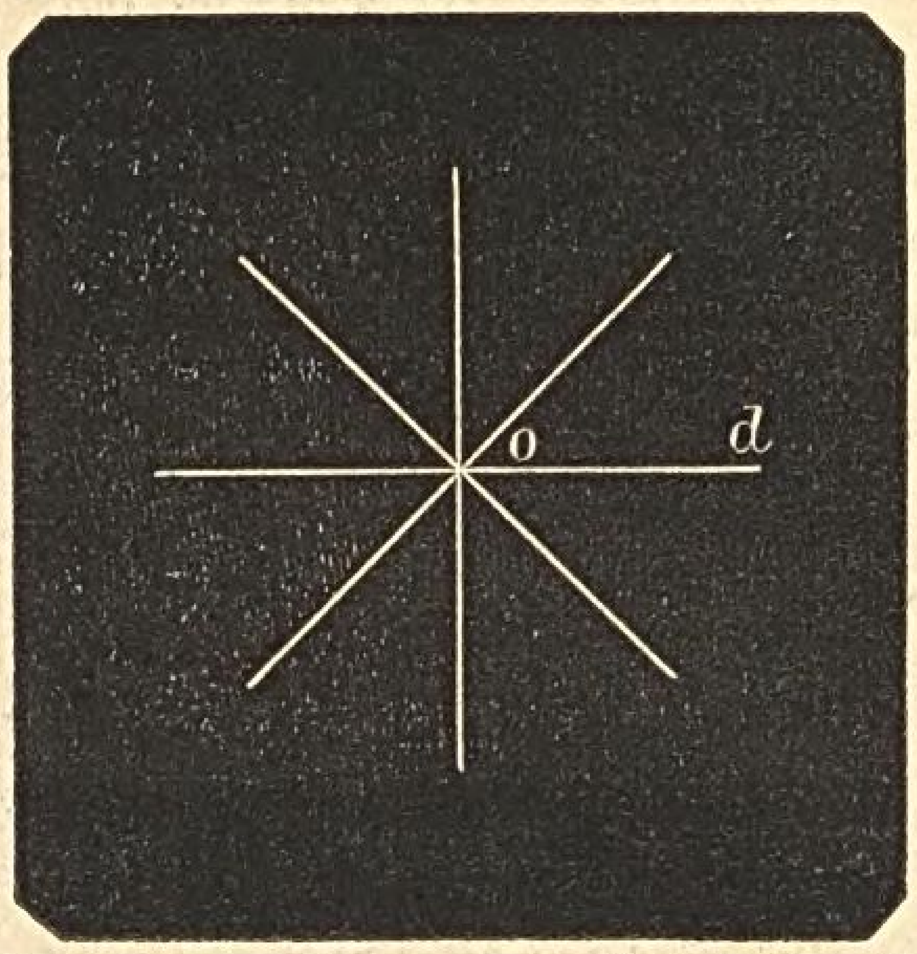


Fig. 96.

Nachdem die Peripherie eines Kreises in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile zerlegt worden ist, construirt man das Sternpolygon, indem man die Punkte nicht der Reihe nach wie bei den regulären Polygonen verbindet, sondern jedesmal eine größere oder kleinere Anzahl derselben überspringt.

Aufgaben.

1) Ein Sternachteck ist zu zeichnen. Fig. 97.

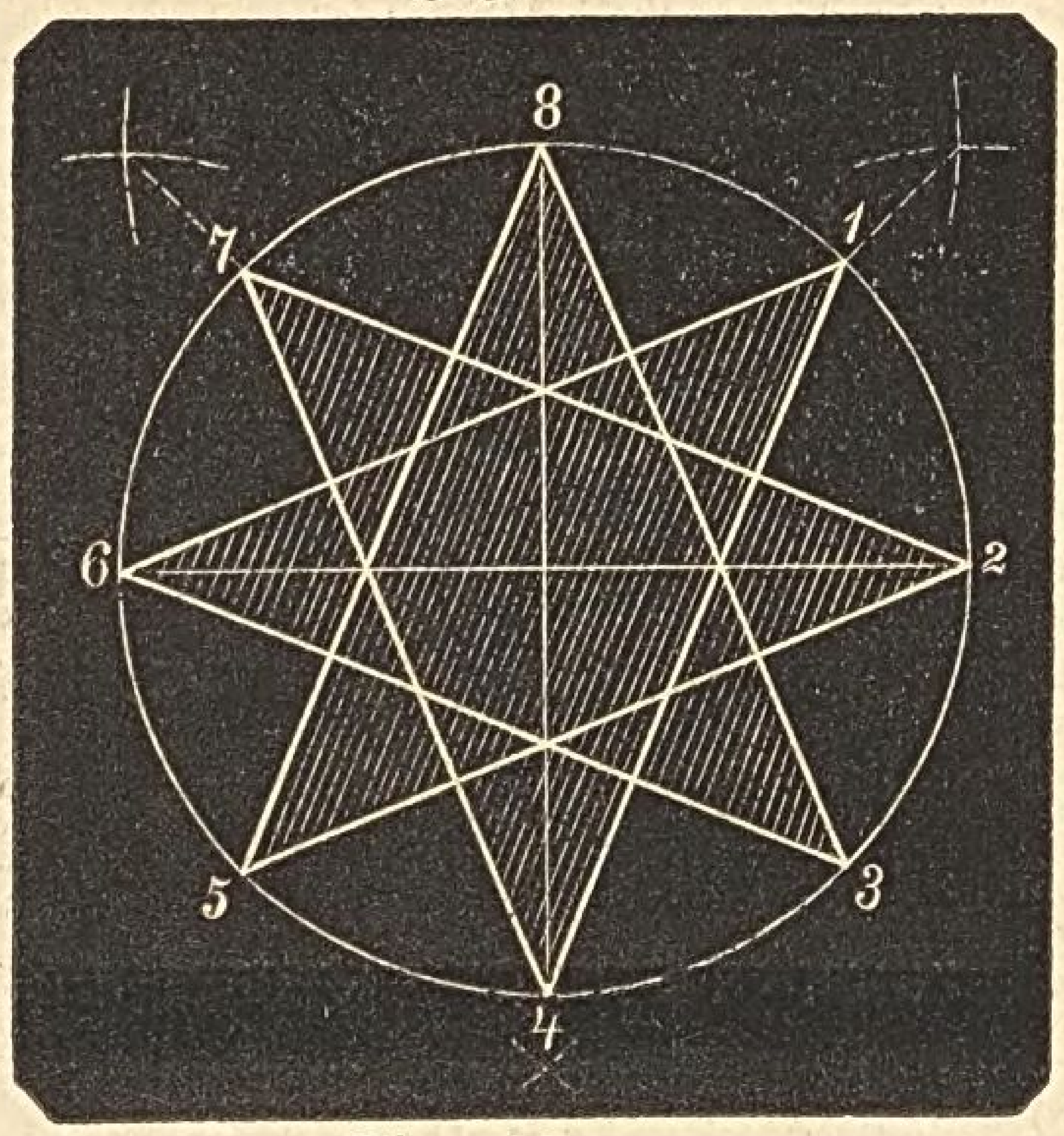


Fig. 97.

Nachdem die Peripherie in acht gleiche Theile zerlegt und die Theilpunkte mit Ziffern von 1—8 bezeichnet sind, verbindet man 8—3, 3—6, 6—1, 1—4, 4—7, 7—2, 2—5, und 5—8 oder die Punkte in der Ordnung 8, 3, 6, 1, 4, 7, 2, 5, 8.

2) Das Sternfünfeck (der Drudenfuß) soll gezeichnet werden. Fig. 98.

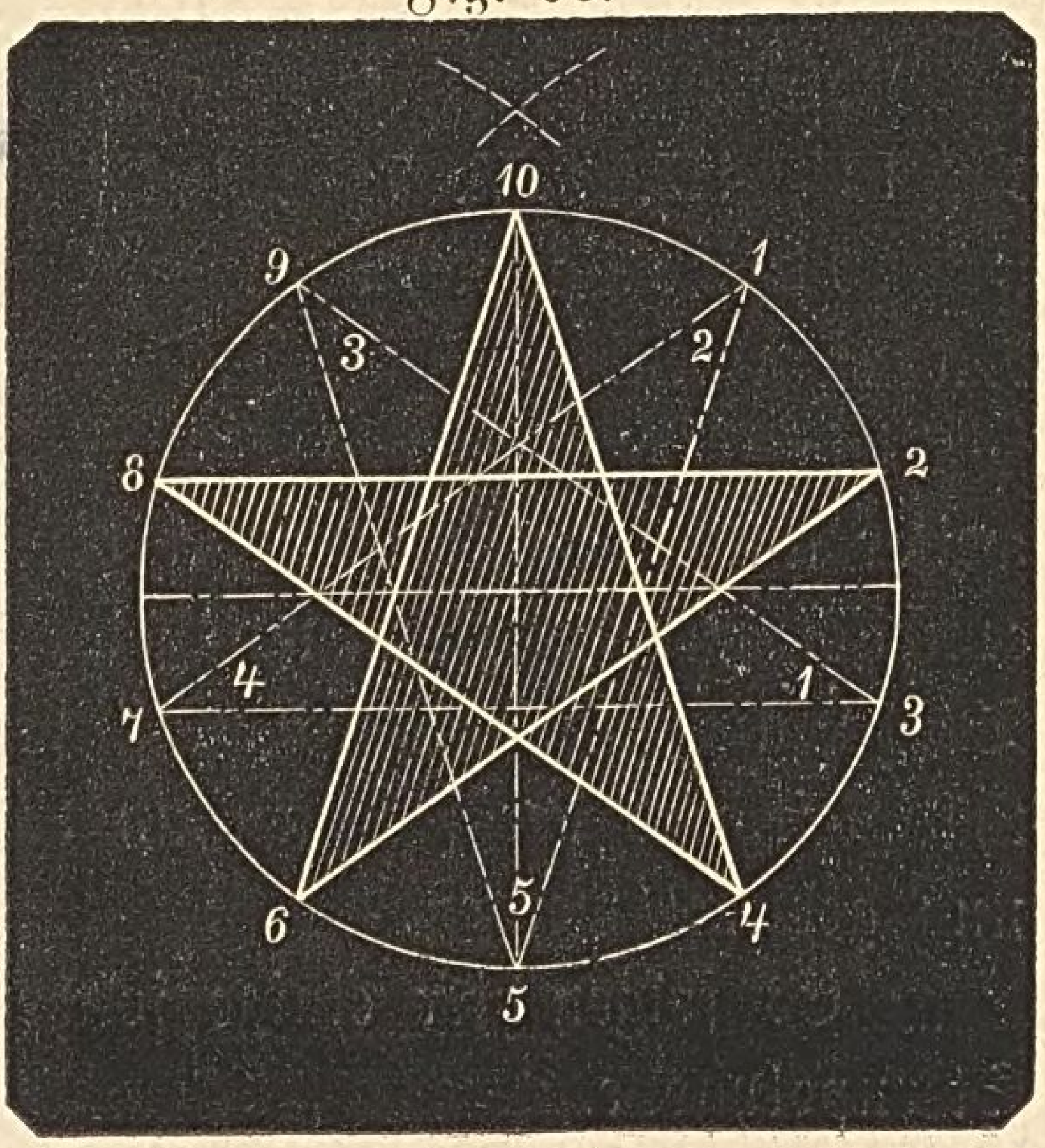


Fig. 98.

Ist der Kreis in 5 gleiche Theile getheilt, so verbinde folgende Theilpunkte in der Ordnung: 5,2,4,1,3,5.

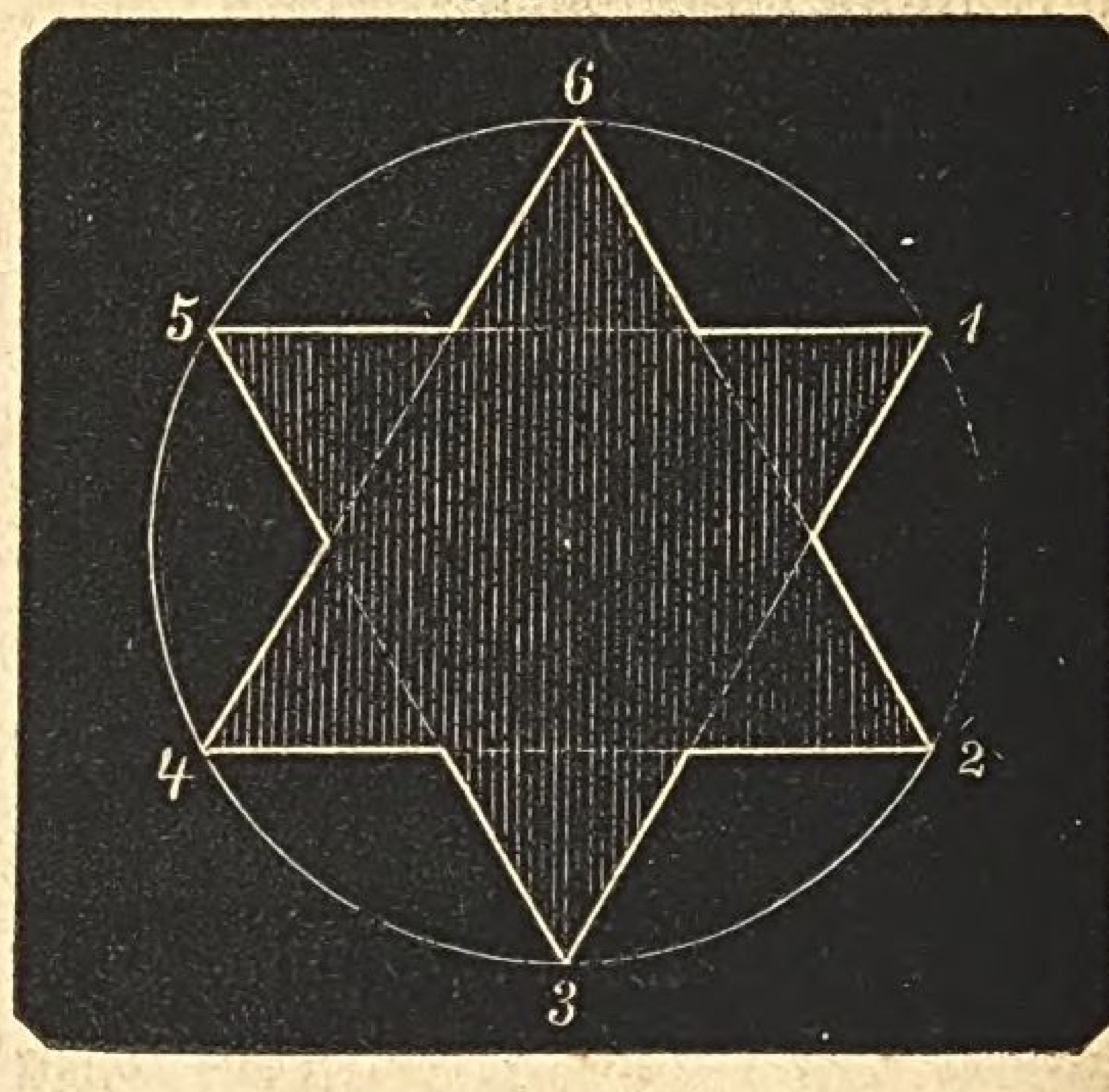
Aus der Zusammenstellung zweier Sternfünfecke und zwar so, daß die Enden des einen mit den entsprechenden Punkten des andern an den Endpunkten eines Durchmessers liegen, entsteht ein zehneckiger Stern. (10—5)

3) Das sechseckige Sternpolygon ist zu zeichnen.

Fig. 99.

Verbinde die Theilpunkte in folgender Ordnung: 6, 2, 4, 6, 1, 3, 5, 1. — Den ganzen Stern kann man sich auch aus 2 gleichseitigen △ entstanden denken, von welchen die gleichen ∠ des einen △ gleichen ∠ des andern gegenüberliegen.

Fig. 99.

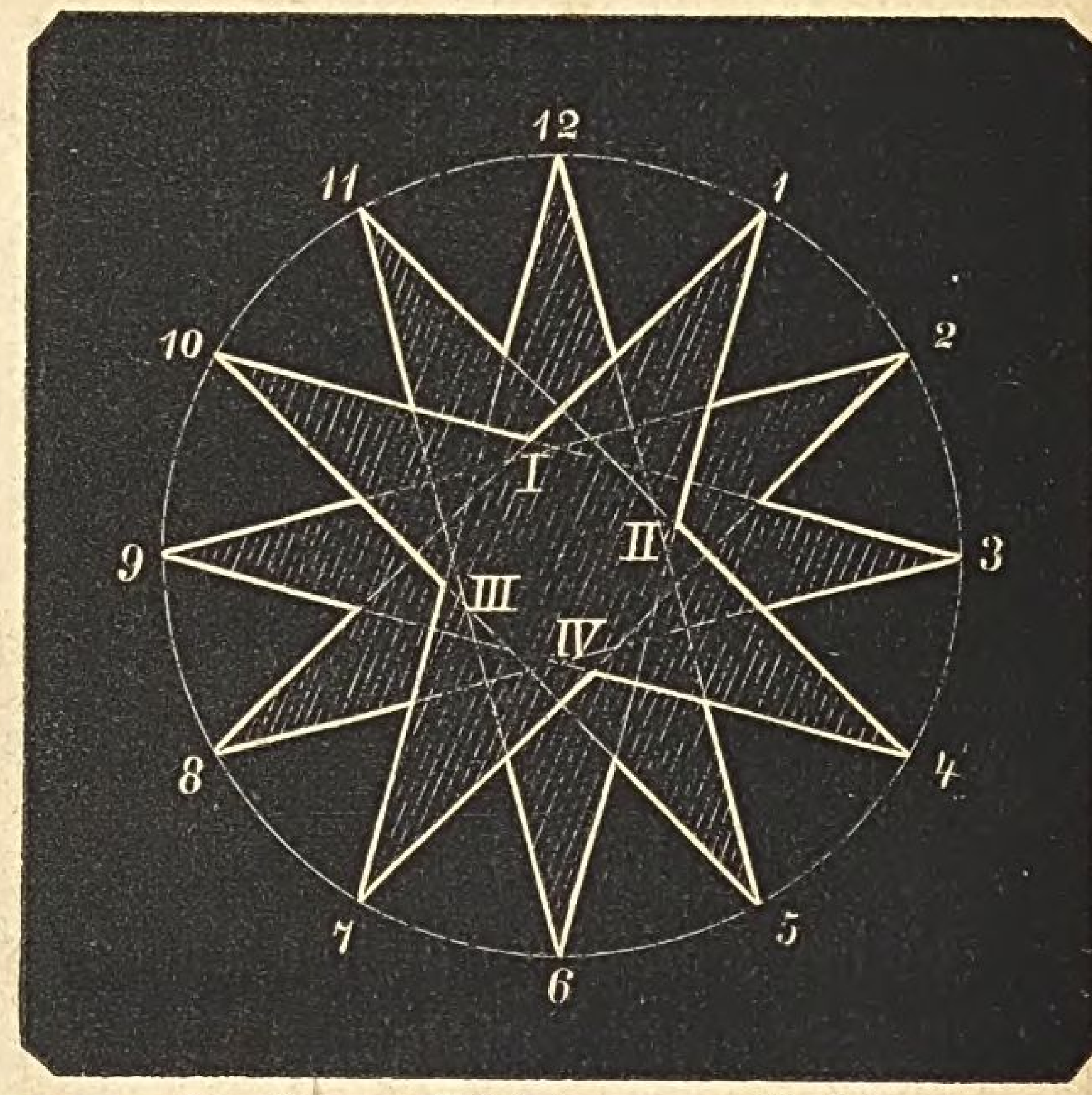


4) Ein 12eckiges Sternpolygon ist zu construiren.

Fig. 100.

Dieses Polgyon ist auf eben dieselbe Weise zu construiren, wie die vorhergegangenen. — Um mehr Mannigfaltigkeit in den Formen zu bekommen, darf man nur den Strahlen verschiedene Geltung geben, sie in Haupt- und Nebenstrahlen zerlegen, z. B. 1I, 1II, 4II, 4IV, 7IV, 10III und 10I sind Haupt-, die andern Nebenstrahlen.

Fig. 100.



Diese Sternpolygone können weiter ausgeführt werden, indem man mit verschiedenen Radien concentrische Kreise zieht und die Hälften der Strahlen (Spitzen) mit Tusche ausfüllt. Durch Erfinden solcher Formen kann die Selbstthätigkeit und der Formensinn des Schülers aufs fruchtbarste angeregt und gebildet werden.

Es folgen hier einige solche von Schülern erfundene ausgeführte Sternpolygone.

Fig. 101. Ausgeführtes Sternachteck.

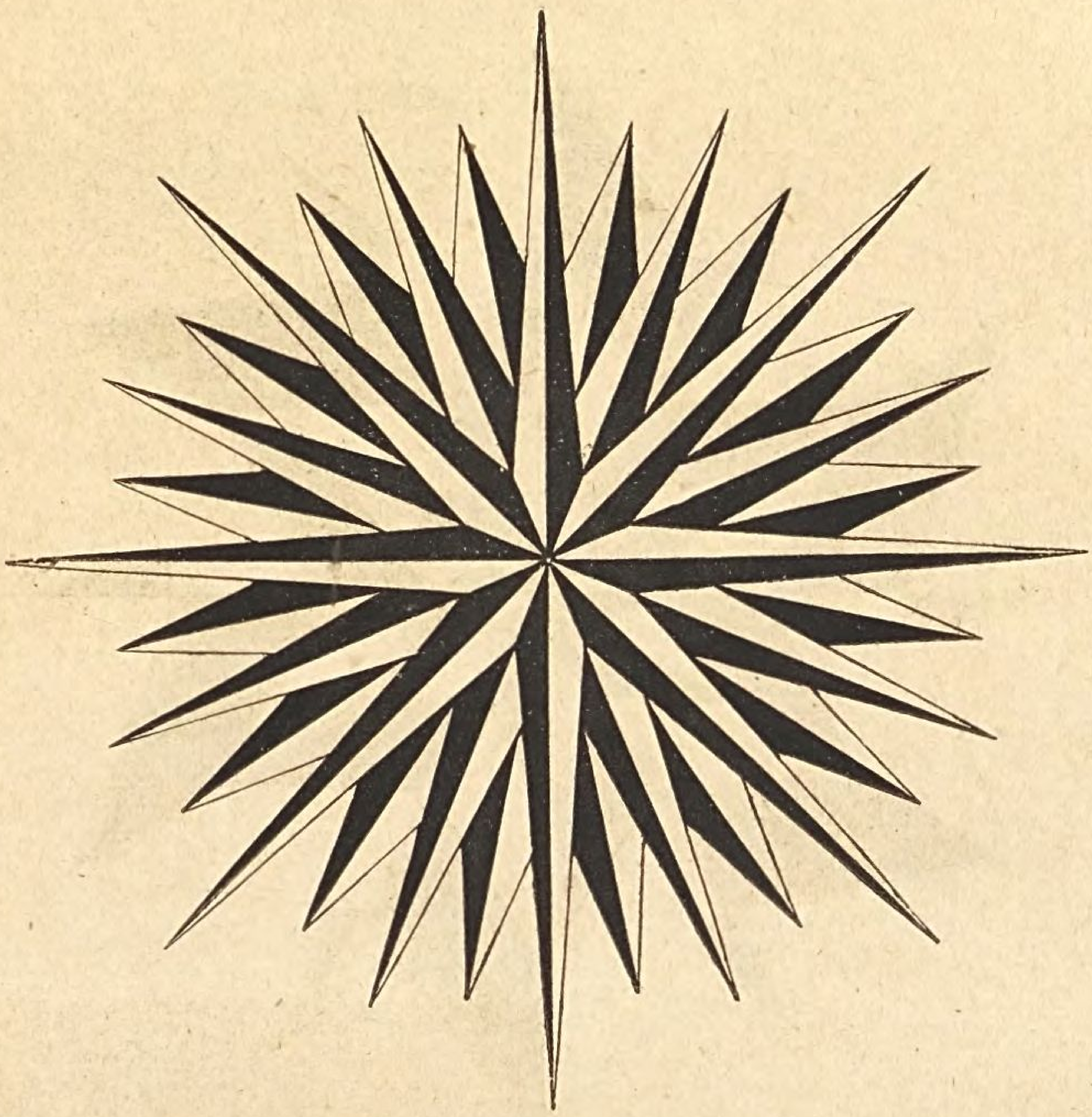


Fig. 102. Ausgeführtes Sternfünfeck.

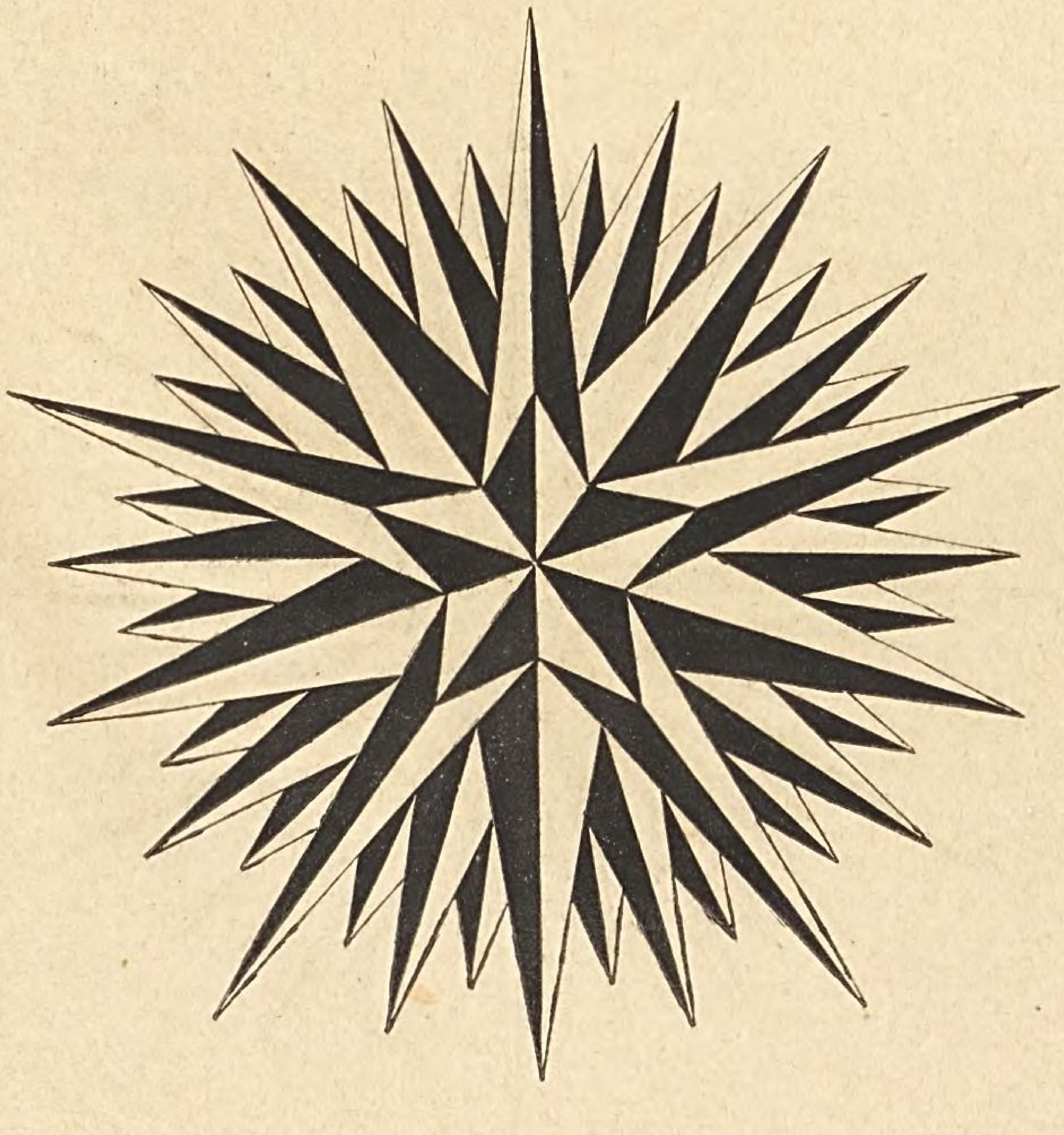
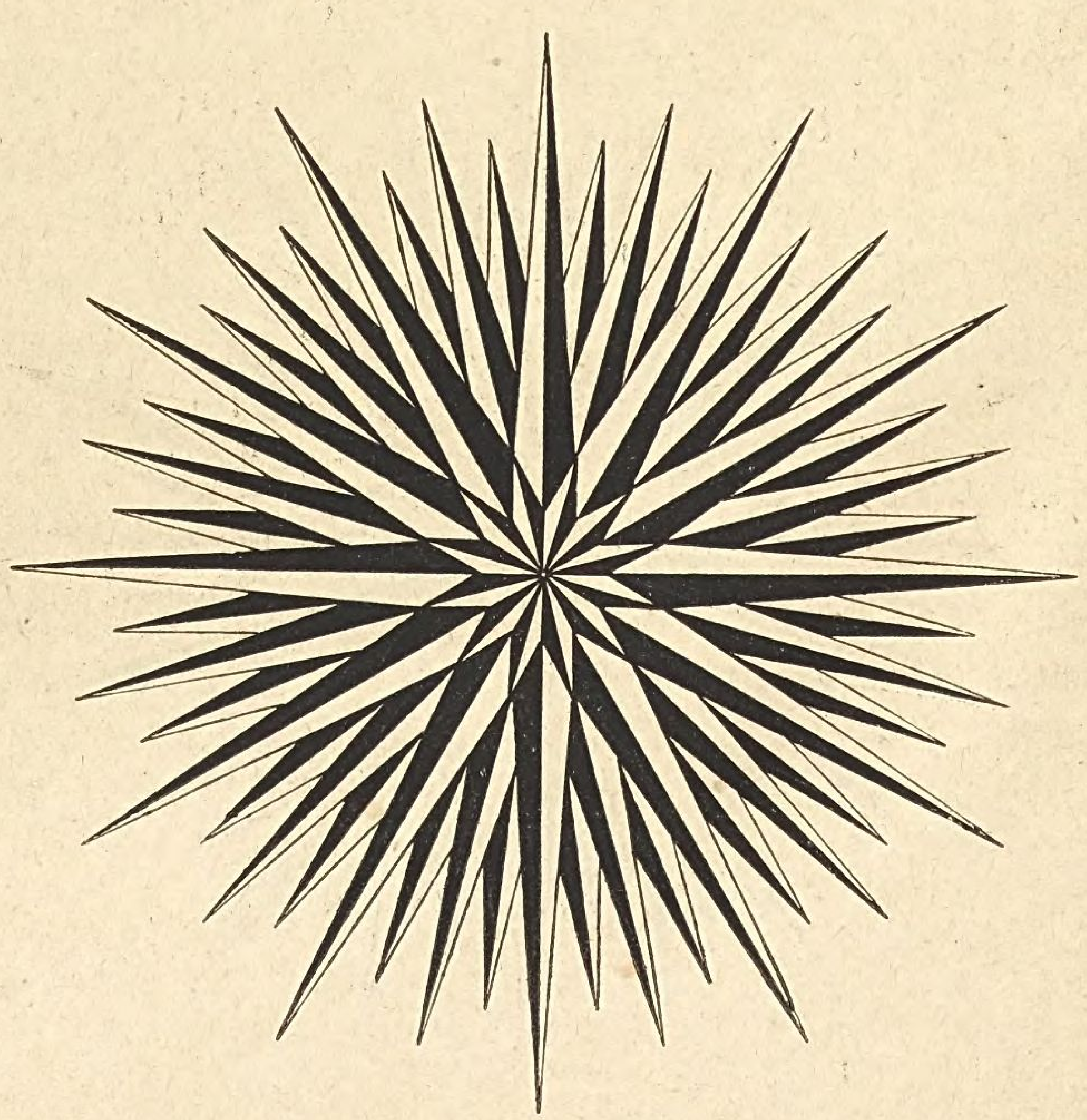


Fig. 103. Ausgeführtes Sternsechseck.



Fig. 104. Ausgeführtes Sternzwölfeck.



§. 14.

Von den Maßstäben.

Erklärung.

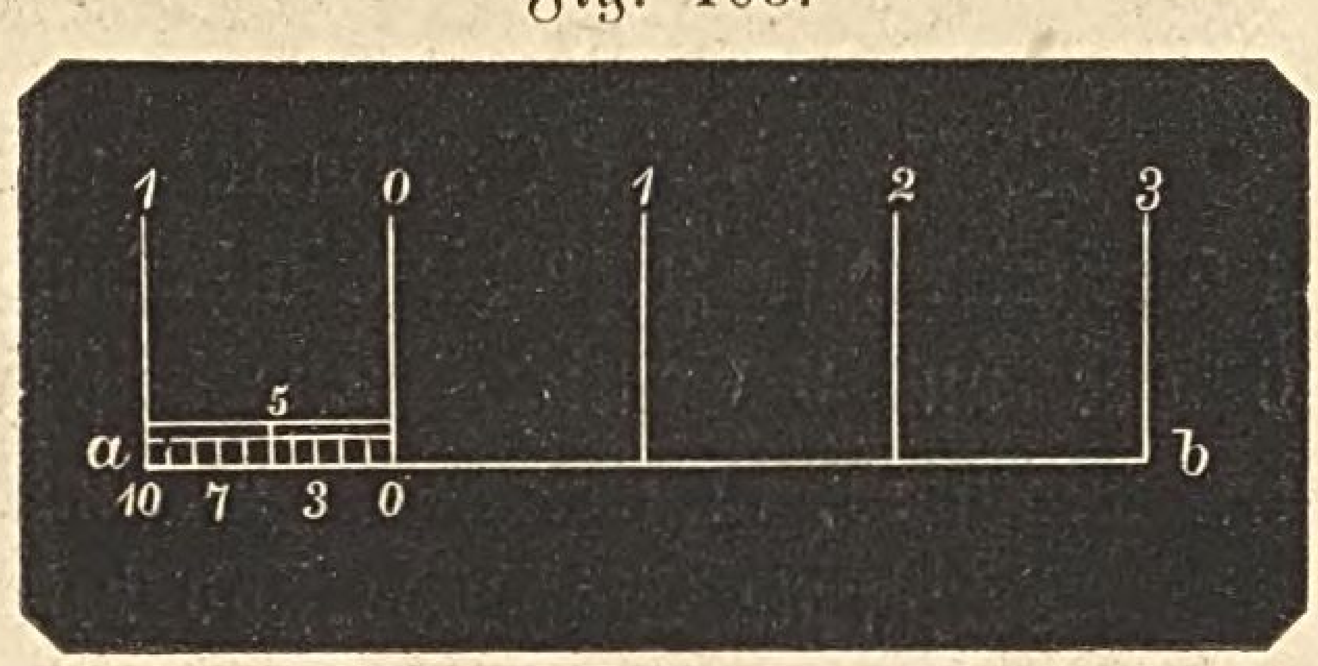
Technische Zeichnungen (Baurisse, Maschinenzeichnungen ꝛc.) werden gewöhnlich nicht in natürlicher Größe angefertigt. Es wird die Zeichnung nach der Zweckmäßigkeit entweder vergrößert oder verkleinert, je nachdem die darzustellenden Gegenstände klein oder groß sind. Wird aber in der Zeichnung auch nicht gerade eine Vergrößerung oder Verkleinerung verlangt, so ist es doch immer nöthig, daß derselben bei ihrer Anfertigung ein Maßstab, wenn auch in natürlicher Größe (oder der des Originals), nach welchem die Verhältnisse zu bestimmen sind, untergelegt werde.

Anm. Die metrischen Längenmaße, welche dabei vorzüglich in Gebrauch kommen, sind Meter, Centimeter, Millimeter, und Kilometer. Kilometer wird kurz mit km bezeichnet. Die übrigen größeren Maße kommen selten vor, da man mit obigen Maßen Alles zum Ausdruck bringt. Erwähnt soll noch sein, daß die zur Bezeichnung der Maße nöthigen Buchstaben an das Ende der vollständigen Zahlenausdrücke und nicht über das Komma zu setzen sind, also nicht $5^{m'}37$ und nicht 5 m. 37 cm., sondern 5,37 m. —

Kleinere Maße:	Größere Maße:
m = Meter.	Meter.
dm = Decimeter = 1/10 Meter.	Dekameter = 10 Meter.
cm = Centimeter = 1/100 Meter.	Hektometer = 100 Meter.
mm = Millimeter = 1/1000 Meter	Kilometer = 1000 Meter.
(1 m = 3,4263 bayerische Fuß, fast 3 1/2')	Myriameter = 10000 Meter.

Zur Construction eines **einfachen Maßstabes** trage auf einer geraden Linie von einem Endpunkte, etwa vom Punkte a in Fig. 105, eine Anzahl bestimmter Maßeinheiten, z. B. Centimeter ab und bezeichne dieselben durch die Zahlen 1, 2, 3 ꝛc. Einen Centimeter zerlege in 10 Millimeter. Zu der Geraden ziehe 2 Parallelen und errichte in 9 Theilpunkten eines Centimeters kurze Linien, von welchen die auf 5 länger ist als die übrigen. Wollte man diesen Maßstab benützen, so würde eine Zeichnung in natürlicher Größe entstehen. Soll auf demselben ein bestimmtes Maß z. B. 2 Centim.

Fig. 105.



7 Millim. abgegriffen werden, so setzt man mit dem Zirkel in den Fußpunkt der Senkrechten 2 ein und öffnet ihn bis 7. Im praktischen Leben benützt man freilich nicht einen Maßstab von nur 3 Centimeter Länge, sondern gewöhnlich einen Meter, der in 100 Centimeter eingetheilt ist; die Eintheilung in Millimeter ist nur für feinere Arbeiten, für Zeichnungen ꝛc. nothwendig. Von o werden die Centimeter nach rechts, die Millimeter nach links gezählt; diese Bezeichnung ist die allein richtige und praktische.

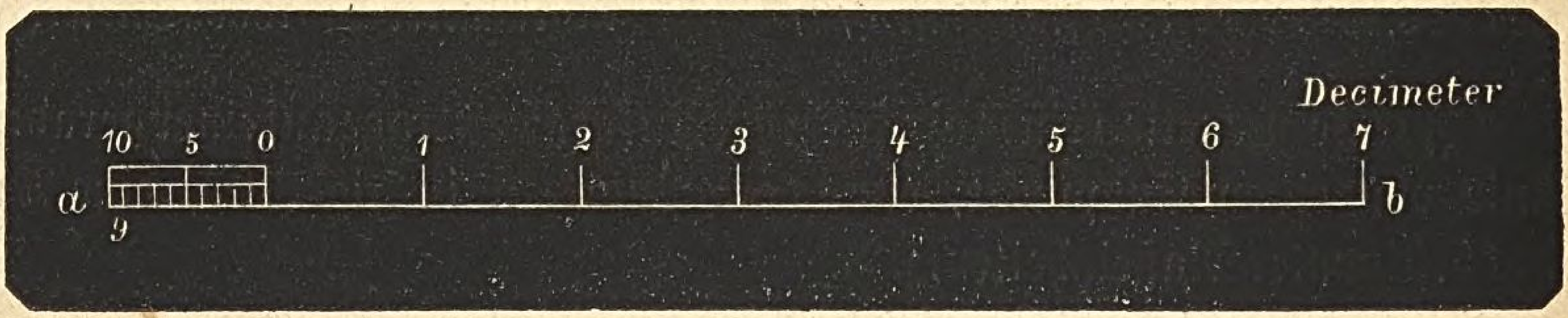
Um eine gewünschte Verkleinerung, etwa $\frac{1}{3}$ der natürlichen Größe zu finden, nehme man den 3ten Theil eines Centimeters für einen Centimeter; es gilt alsdann 1 Centimeter des Maßstabes 3 wirkliche Centimeter, ein Millimeter 3 wirkliche Millimeter ($3\frac{1}{3}$ Millimeter = 1 Centimeter nach dem verkleinerten Maßstab) Fig. 106.

Fig. 106.



Sollen Zeichnungen also nicht in natürlicher Größe ausgeführt werden, sondern in einem verkleinerten oder verjüngten Verhältnisse, so bedient man sich so viel wie möglich der einfachen Verhältnisse $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{50}$ ꝛc. der natürlichen Größe. Die Maßstäbe heißen alsdann **verjüngte Maßstäbe**, haben jedoch mit den früheren die gleiche Anordnung. z. B. Fig. 107.

Fig. 107.



Theil ab in Centimeter und setze einen solchen Theil gleich 1 Decimeter, so zeigt die Eintheilung bei 0—10 die Centimeter. 6, 9 = 6 Dec. und 9 Centim. Die beistehende Figur gibt also einen verjüngten Maßstab, in welchem 1 Decimeter in der Verjüngung gleich 1 Cent.

Verjüngte Maßstäbe sind besonders beim Entwerfen von Plänen, Karten, Zeichnungen ꝛc. von Wichtigkeit. Als Verjüngungen wählt man gewöhnlich bei Maschinenzeichnungen $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{20}$; bei Baurissen $\frac{1}{100}$ bis $\frac{1}{200}$; bei geometrischen Plänen $\frac{1}{200}$ bis $\frac{1}{20{,}000}$ ꝛc.

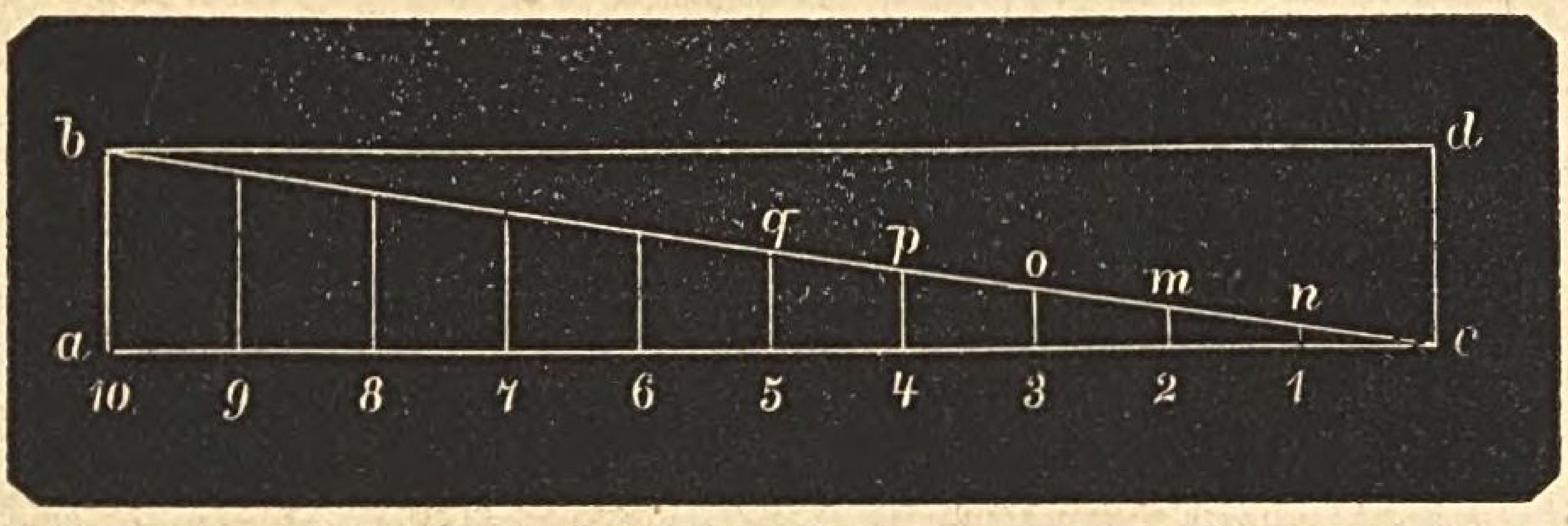
Maßstäbe für Vergrößerung construirt man auf dieselbe Weise, nur umgekehrt.

Aufgaben.

1) Es soll ein Transversalmaßstab construirt werden für dieselben Annahmen, die bei Fig. 101 gelten.

Fig. 108

Fig. 108.



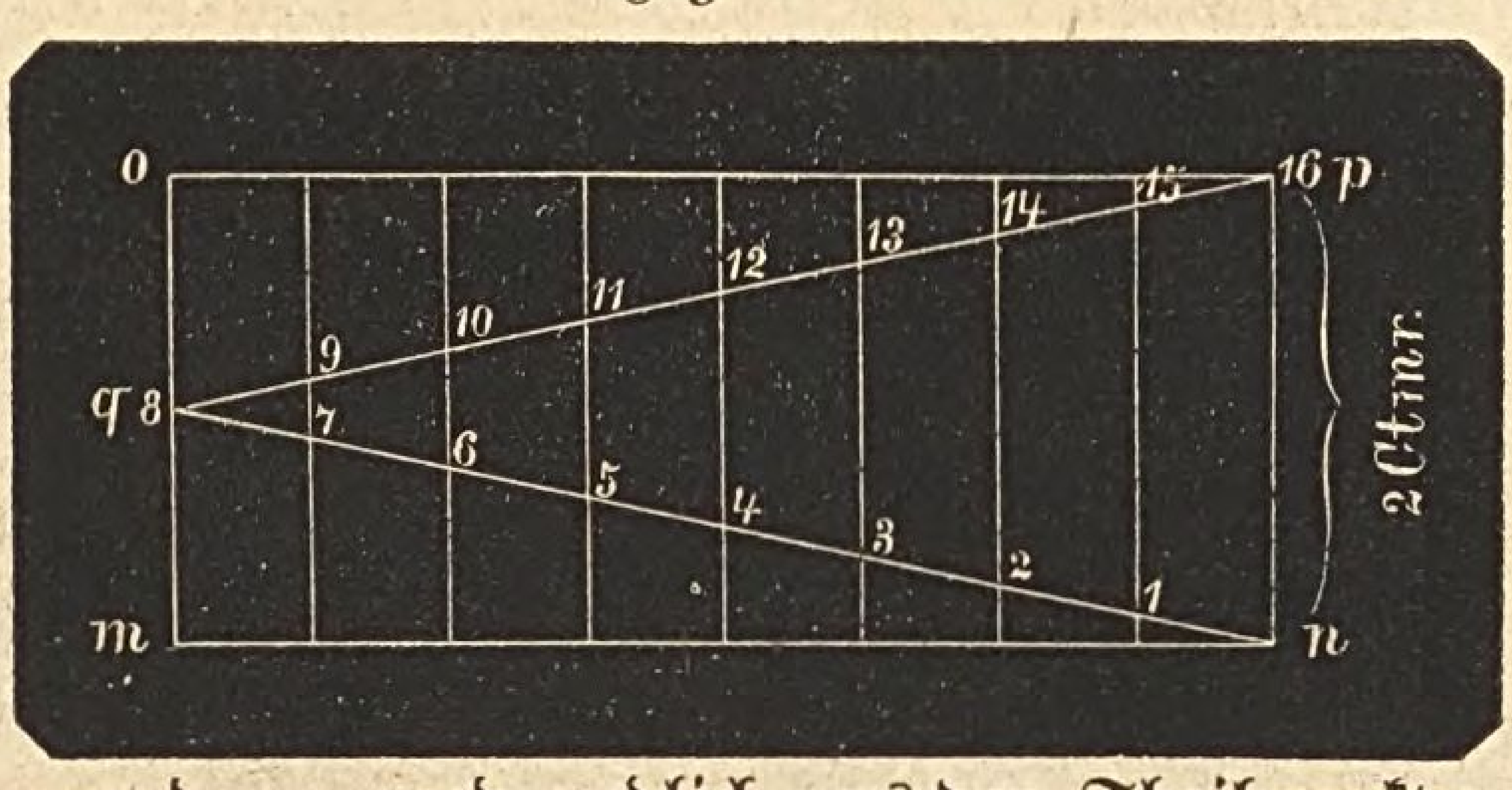
Ziehe eine Gerade ac und theile sie in 10 gleiche Theile; errichte in a eine Senkrechte ab und mache sie gleich 1 Centimeter; ziehe die Transversale (Schräge) bc und ziehe aus den Theilungspunkten 1, 2, 3, 4 ꝛc. || zu ab bis an die Transversale, so ist: 1n = $\frac{1}{10}$ Decimeter oder 1 Centimeter, 2m = 2 Centim. ꝛc. Zur Ueberzeugung vergleiche diese Maße mit denen in Fig. 110.

Anm. Die Einrichtung eines Transversalmaßstabes beruht auf der Proportionalität der Linien und der Theilung derselben. Siehe §. 6.

2) Es soll ein Transversalmaßstab der vorigen Art gezeichnet werden, von welchem jedes einzelne Sechzehntel von 2 Centimeter abgenommen werden kann.

Fig. 109.

Fig. 109.

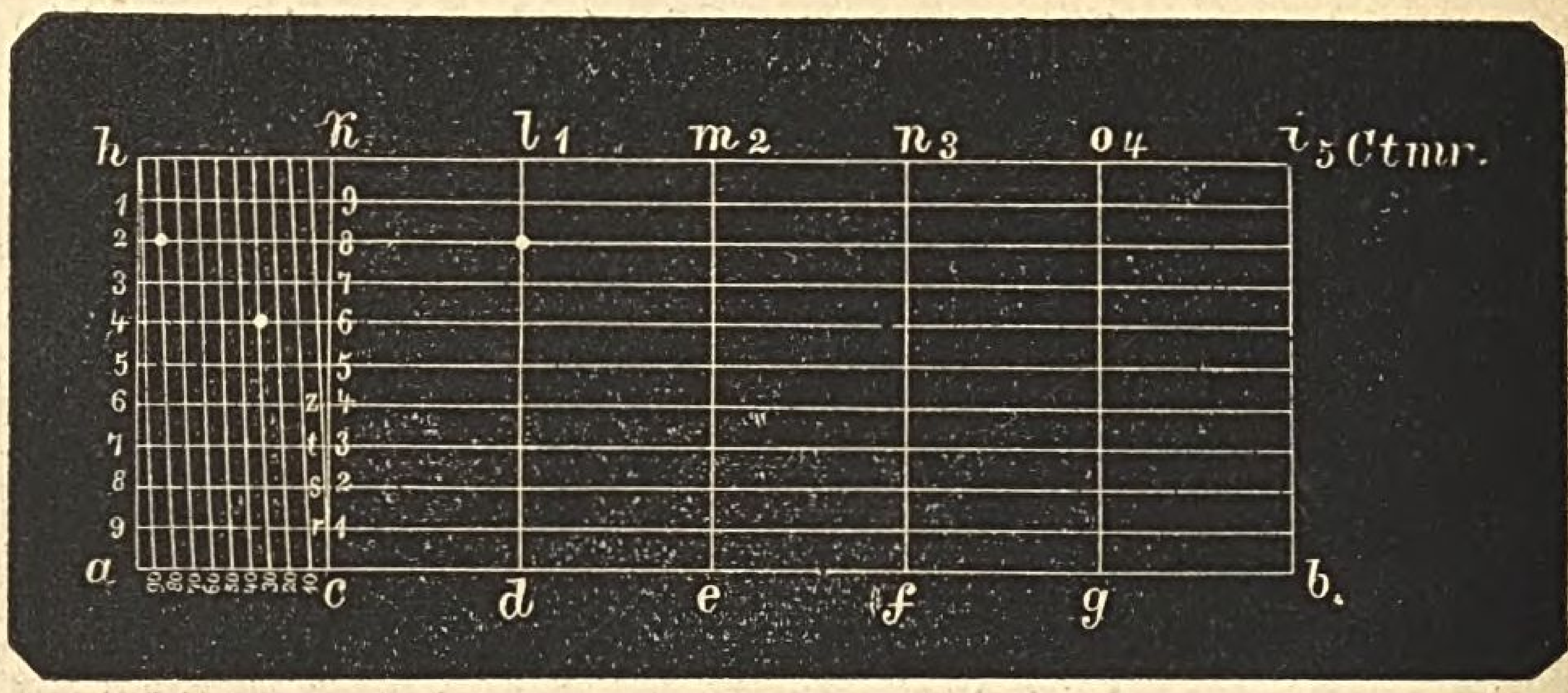


Man construire den rechten ∠ omn, mache den vertikalen Schenkel mo = 2 Centim., trage auf mn 8 gleiche Theile, errichte in n eine Senkrechte np = mo, halbire om in q, ziehe die Transversalen nq und qp und endlich aus den Theilpunkten von mn Parallelen zu om bis op. Zwischen den Theilpunkten auf nm und den Schnittpunkten der Transversalen liegen die durch die Ziffern angegebenen Sechzehntel.

Fig. 110.

3) Es soll ein hunderttheiliger Centimeter-Maßstab gezeichnet werden (d. h. der Centimeter in 100, d. i. in 10 Millimeter, jeder Millim. wieder in 10 gleiche Theile getheilt werden).

Fig. 110.



Trage auf die Gerade ab den geg. Centimeter ac = cd = de rc., errichte in a und b Senkrechte und trage auf dieselben beliebig große, aber 10 gleiche Theile, ziehe hi und 9 Parallelen zu hi und ab durch die Theilungspunkte. Nun theile ac in 10 gleiche Theile und ebenso hk und ziehe die Transversalen.

Der Gebrauch dieses Maßstabes ist nun leicht einzusehen. r1 = $\frac{1}{100}$ Centim., s2 = $\frac{2}{100}$ Centim., t3 = $\frac{3}{100}$ Centim., z4 = $\frac{4}{100}$ Centim., c10 = $\frac{10}{100}$ Centim. = 1 Millim., c20 = $\frac{20}{100}$ Centim = 2 Millim. — Sollte man z. B. $\frac{36}{100}$ Centim. abgreifen, so setzt man auf der 6. Parallelen über c ein und öffnet den Zirkel bis zu der Transversalen, die unten mit 30 bezeichnet ist. — $1\frac{88}{100}$ Centimeter findet man, wenn man auf der 2ten Parallelen unter 1 einsetzt und den Zirkel bis zu der Transversalen öffnet, die mit 80 bezeichnet ist.

4) Ein Maßstab mit 50facher Verjüngung, d. h. 2 cm = 1 m, soll gezeichnet werden.

Fig. 111.

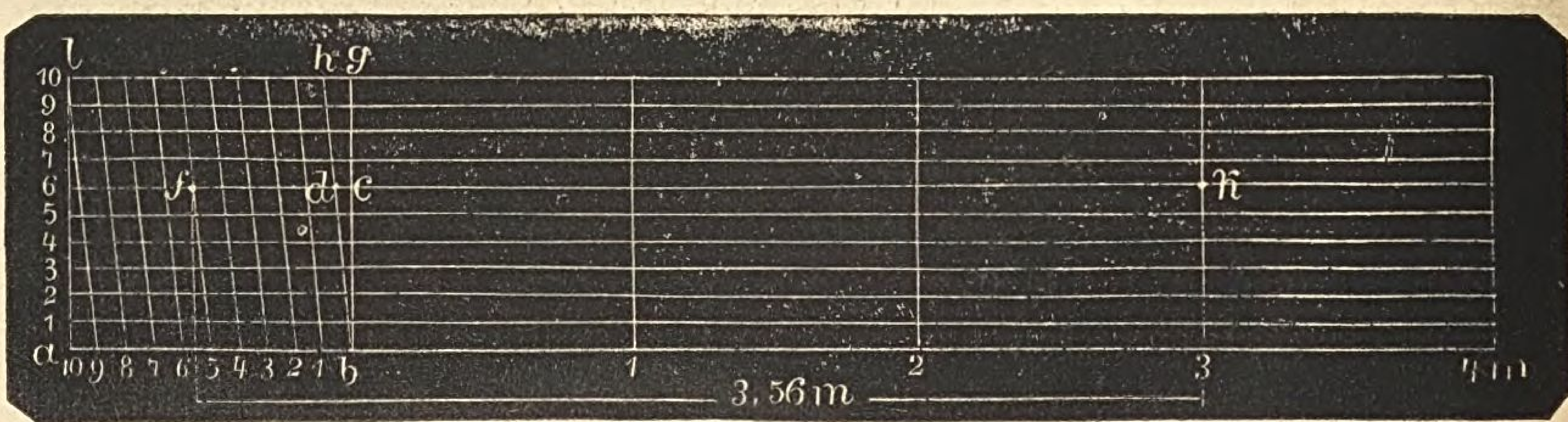


Fig. 111. Die Construction des Maßstabes ist gleich der vorigen, dagegen ist ab = b1 = 12 = 23 = 24 je 2 cm, also $\frac{1}{50}$

Meter lang aufzutragen. Auf diesem Maßstab sind dann Meter, Decimeter und Centimeter auf einmal abzunehmen. kf = 3 Meter, 5 Decimeter, 6 Millimeter = 3,56 m. Gilt dieser Maßstab für eine Zeichnung, so gilt für die wirkliche Ausführung der 50 mal so lange.

5) Ein Maßstab mit 500facher Verjüngung, d. h. 2 mm = m d. i. wie 1 : 500, soll gezeichnet werden.

Fig. 112.

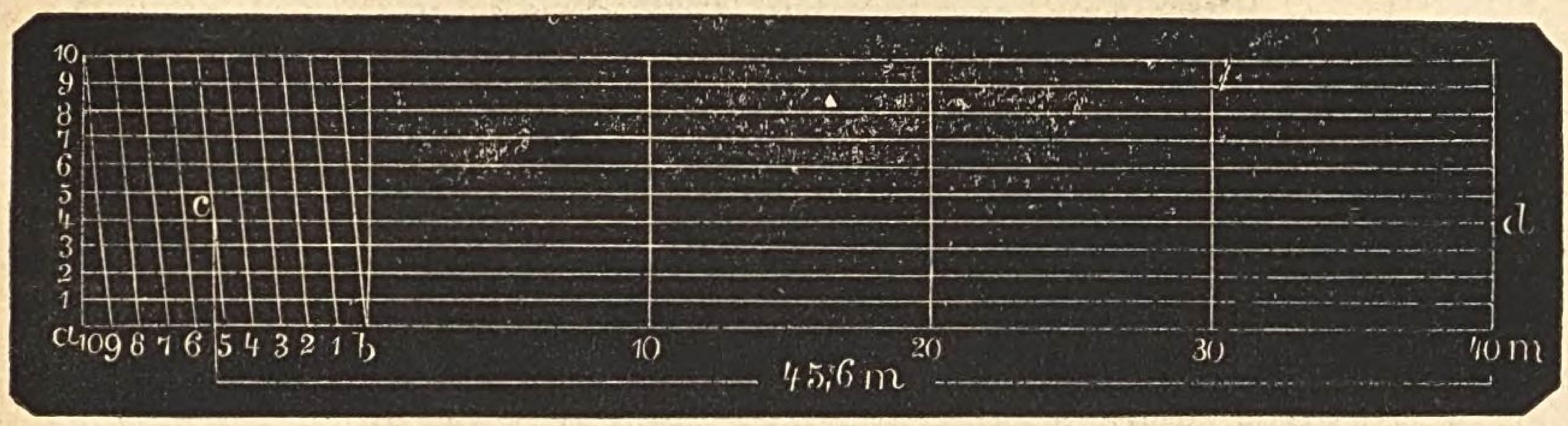


Fig. 112. Auf einer Geraden sind gleiche Theile je 2 cm abzutragen. ab ist in 10 gleiche Theile zu je 2 mm, welche als m angenommen werden, zu theilen. Das Uebrige wie oben. dc = 45 m 6 dm = 45,6 m; in Wirklichkeit sind 45,6 m 500 mal so lang als dc.

6) Ein Metermaßstab in 1000facher Verjüngung, d. h. 1 mm = 1 m, d. i. wie 1 : 1000, ist zu zeichnen.

Fig. 113.

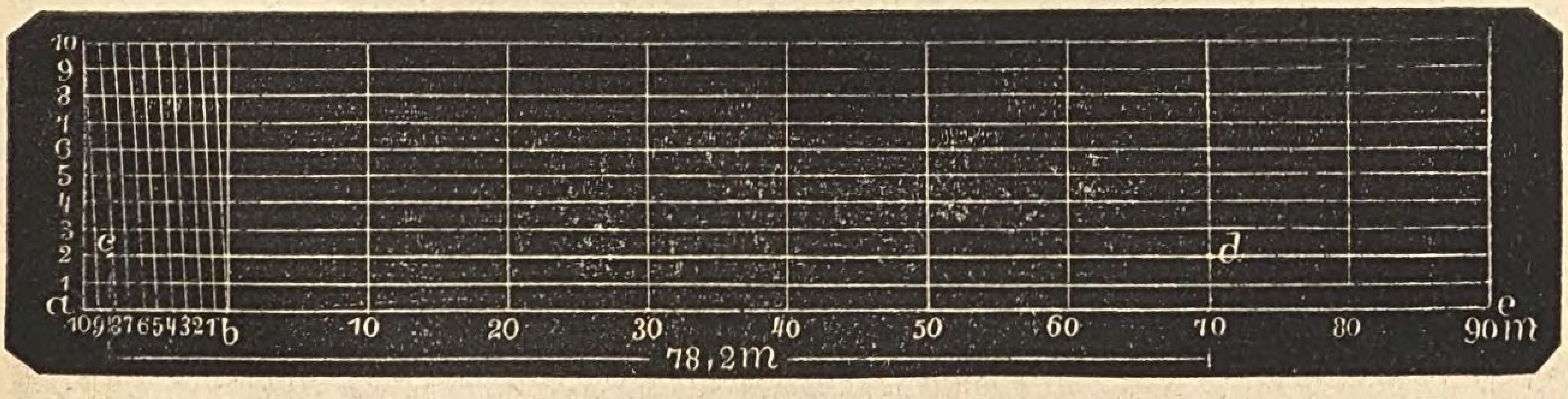
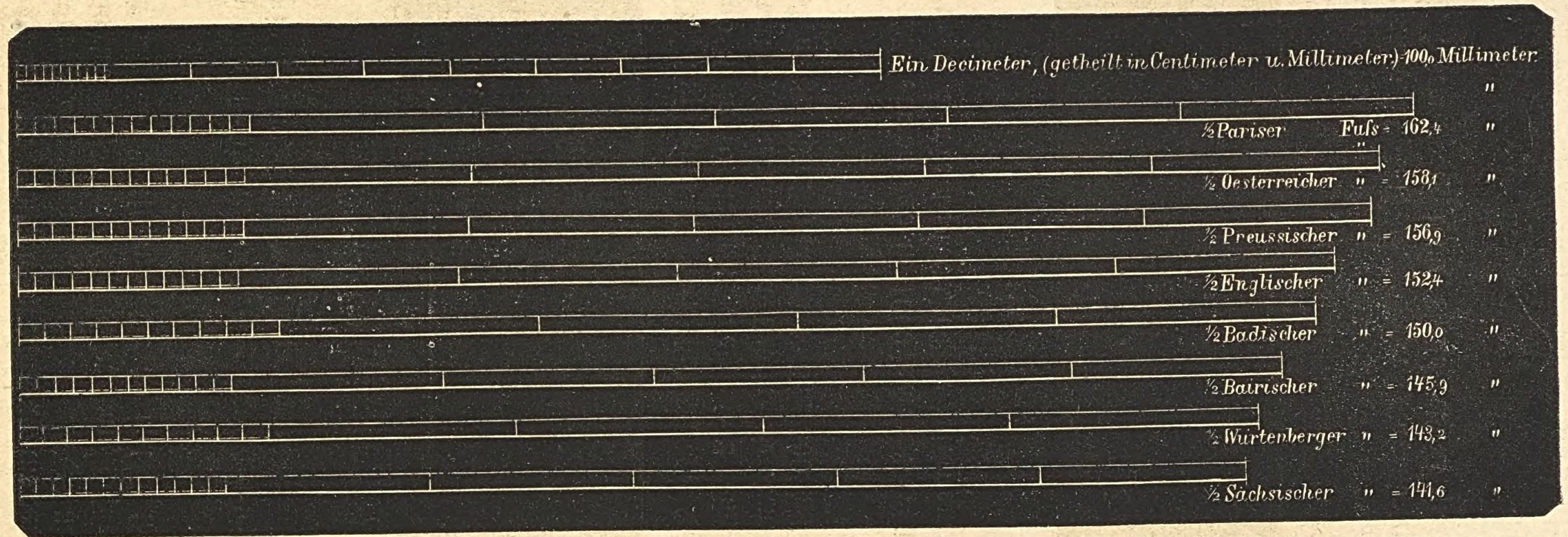


Fig. 113. ab = 1 cm ist in 10 mm zu theilen; 1 mm setze als einen m dann ist dc = 78,2 m; 78,2 m sind in Wirklichkeit 1000 mal so lang als dc. Dieser Maßstab ist zugleich ein tausendtheiliger, indem ae in 1000 Theile getheilt ist.

Vergleichende Tafel von Längenmaßen in halben Fußen.

Fig. 114.



Anm. Obgleich das metrische Längenmaß eingeführt ist, so dürfte diese Vergleichungstafel doch noch hie und da von Nutzen sein, zumal da die Feldmaße zum Theil noch die alten sind.

§. 15.

Bildung einiger krummer Linien aus Kreisen und Kreisbogen.

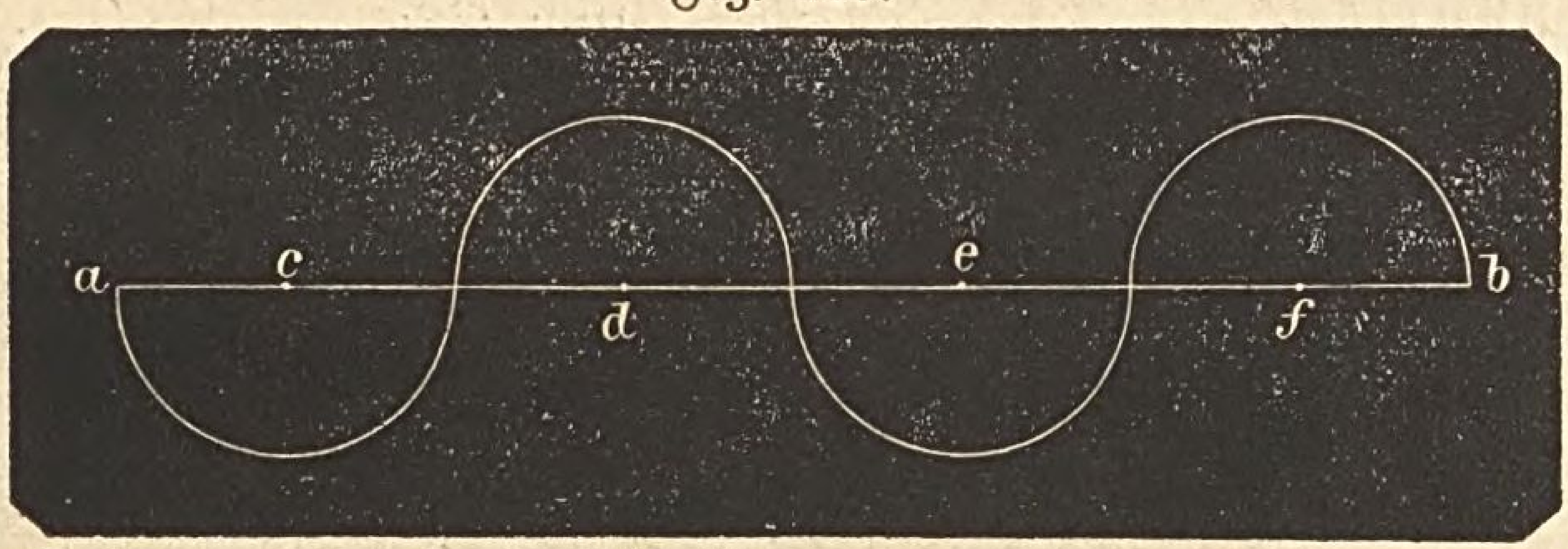
Erklärung.

Häufig kommen in technischen Zeichnungen krumme Linien (Curven) vor, die mit Hilfe des Zirkels nicht beschrieben werden können, da ihre Krümmungsradien und Mittelpunkte (ihre Richtungen) sich stetig ändern. Der Zeichner muß sich alsdann damit begnügen, diese Linien durch eine größere Anzahl von Punkten in der Lage der Linie bestimmen zu können. Eine große Erleichterung hat man darin gefunden, daß man möglich zu machen suchte, Linien dieser Art auf mechanischem Wege zu construiren, was meistens gelungen ist. Einige solcher Linien mit Angabe der Constructionsweise folgen hier.

1) Eine **Schlangenlinie** ist zu zeichnen.

Fig. 115.

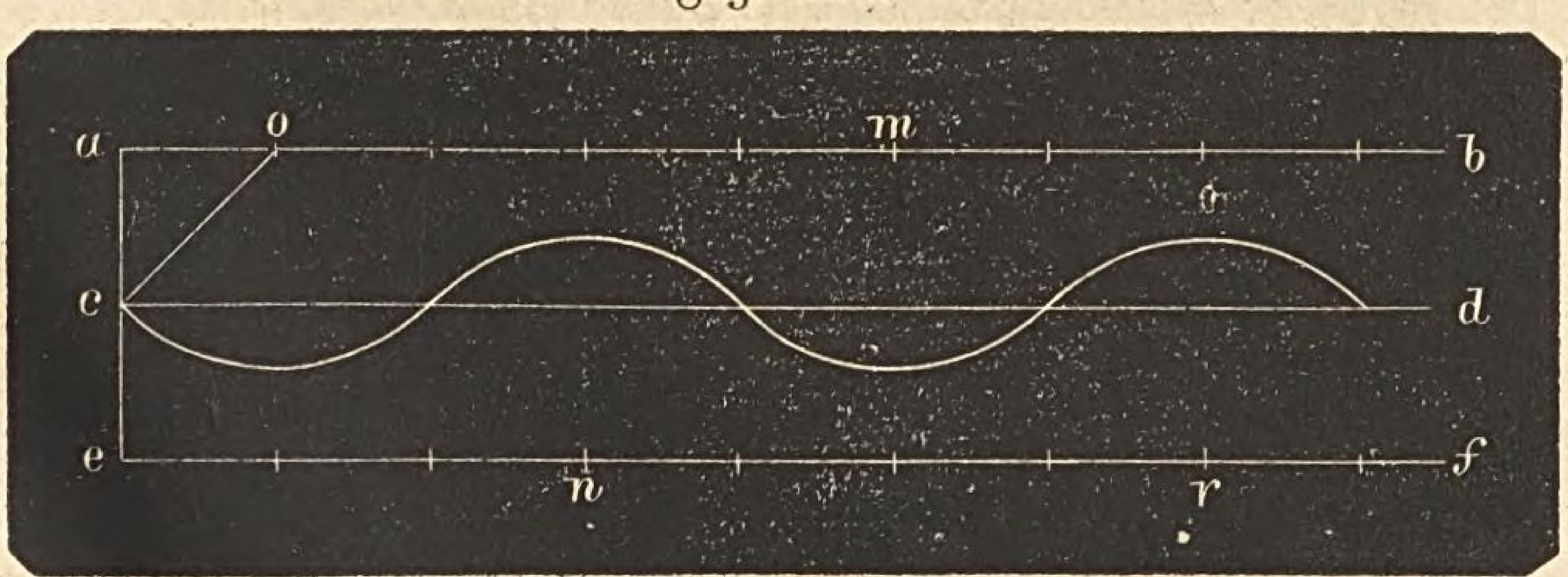
Fig. 115.



Trage auf ab lauter gl. Theile ab u. beschreibe mit ca aus den Punkten c, d, e, und f wechselweise zu beiden Seiten von ab Halbkreise.

2) Die **Wellenlinie** ist aus Kreisbogen zu construiren.

Fig. 116.



Ziehe 3 || L. ab, cd und ef von gleicher Entfernung, schneide dieselben durch ae rechtwinklig, trage die Länge ac auf ab und ef ab und beschreibe mit oc aus o, n, m, r 2c. wechselweise zu beiden Seiten von cd Bogen.

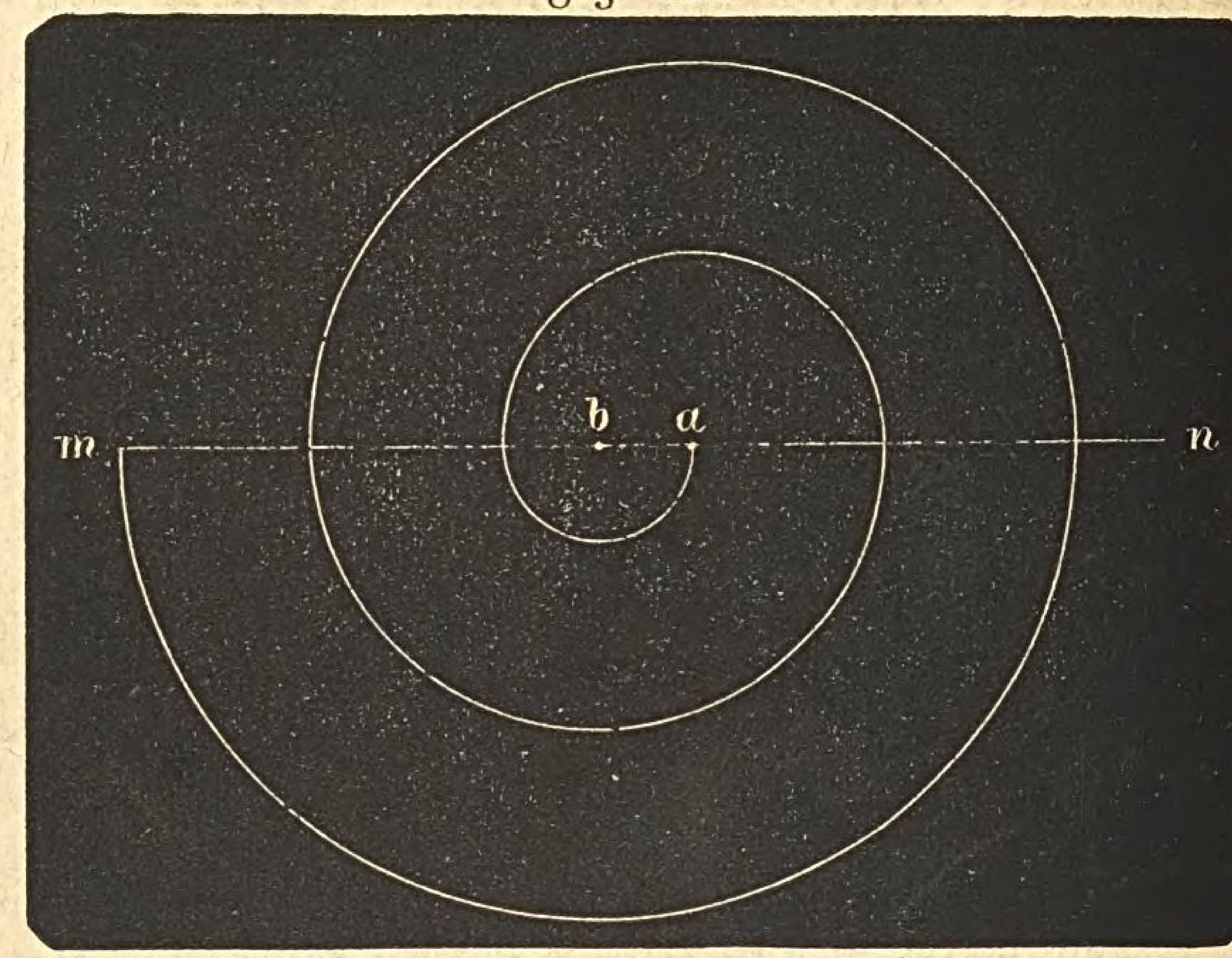
3) **Die Spiralen.** (Schneckenlinien).

a. Aus 2 Mittelpunkten (Stahlfederwindung).

Fig. 117.

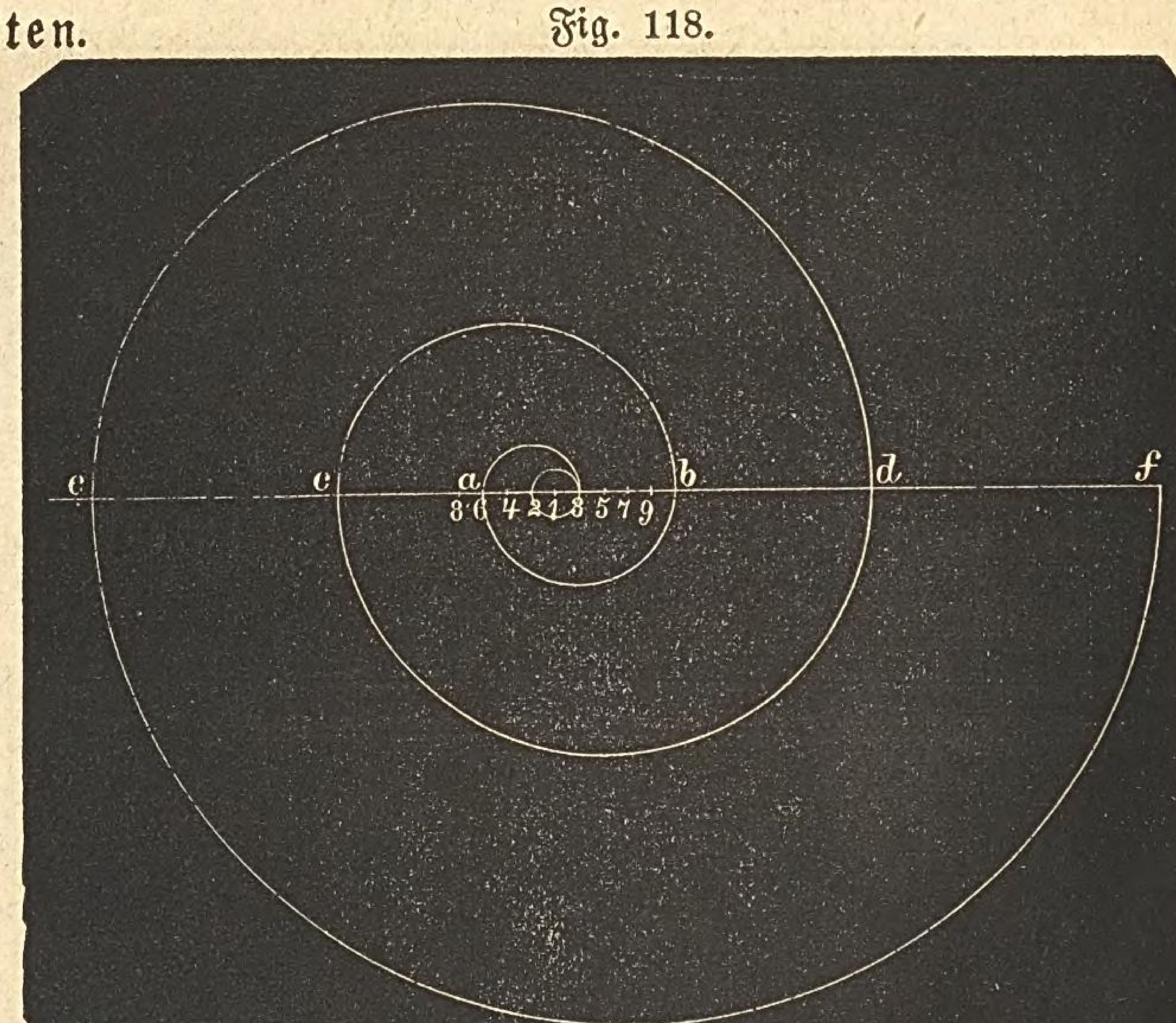
Betrachte a u. b als Mittelpunkte, aus welchen abwechselnd zu beiden Seiten von m n zusammenhängende Halbkreise zu beschreiben sind.

Fig. 117.



b. Aus mehreren auf einer Geraden liegenden Mittelpunkten.

Fig. 118.



Trage von 1 nach rechts und links gleiche Theile auf die Gerade, setze in 1 ein und beschreibe um 1 mit dem Radius 1,3 einen kleinen Kreis, sodann beschreibe aus 2 mit dem Radius 2, 3, aus 3 mit dem Radius 3a, aus 4 mit dem Radius 4b 2c. Halbkreise an die Gerade.

c. Aus den 4 Eckpunkten des Quadrats.

Fig. 119.

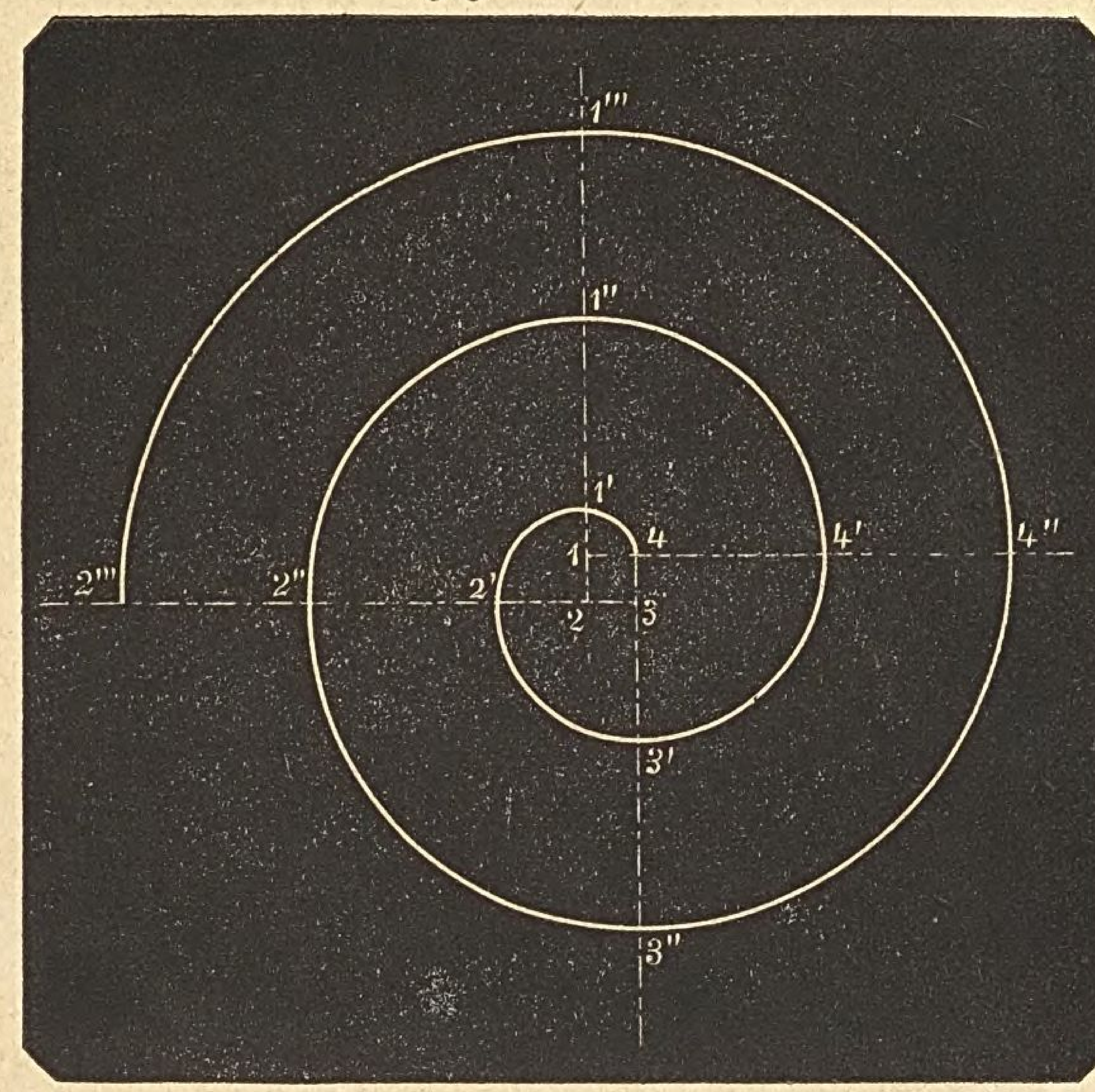


Fig. 119.

Fig. 119 ist aus den 4 Eckpunkten des Quadrats 1, 2, 3, 4 gezogen. Die verlängerten Seiten desselben sind die Strahlen der Spirale. Setze mit 1,4 in 1 ein und ziehe den Bogen 4,1', aus 2 den Bogen 1', 2', aus 3 den Bogen 2', 3', 2c. 2c.

d. Aus den 4 Eckpunkten eines Rhomboid's (auch Rechtecks).

Fig. 120.

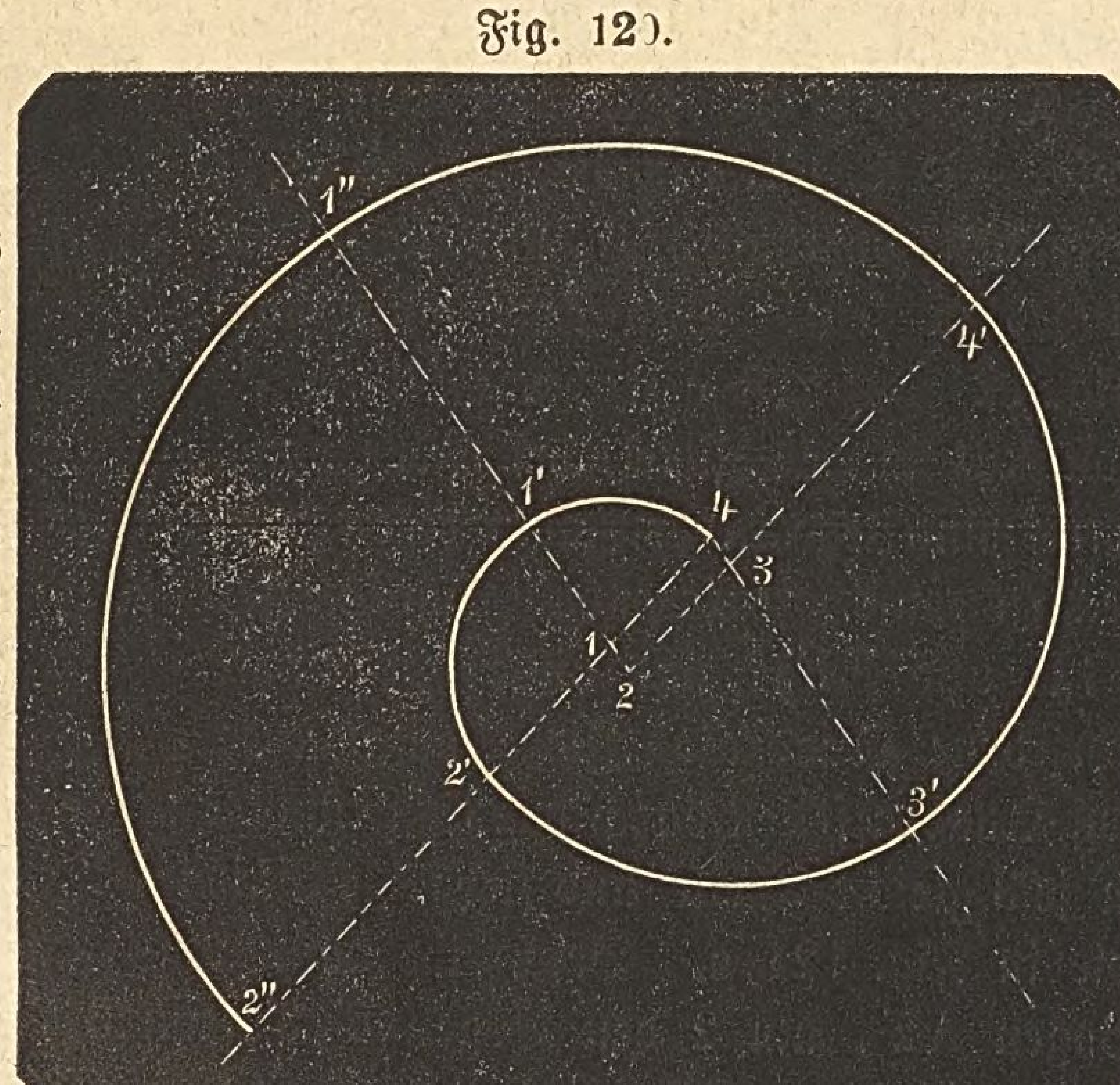


Fig. 120.

Fig. 120 ist eine gedrückte Spirale. Das Auge der Spirale ist ein Rhomboid oder ein Rechteck. Setze in 1 ein und ziehe den Bogen mit 1,4 bis zum Strahl 1', dann aus 2 mit 2, 1' bis 2' 2c. 2c.

Fig. 121. a.

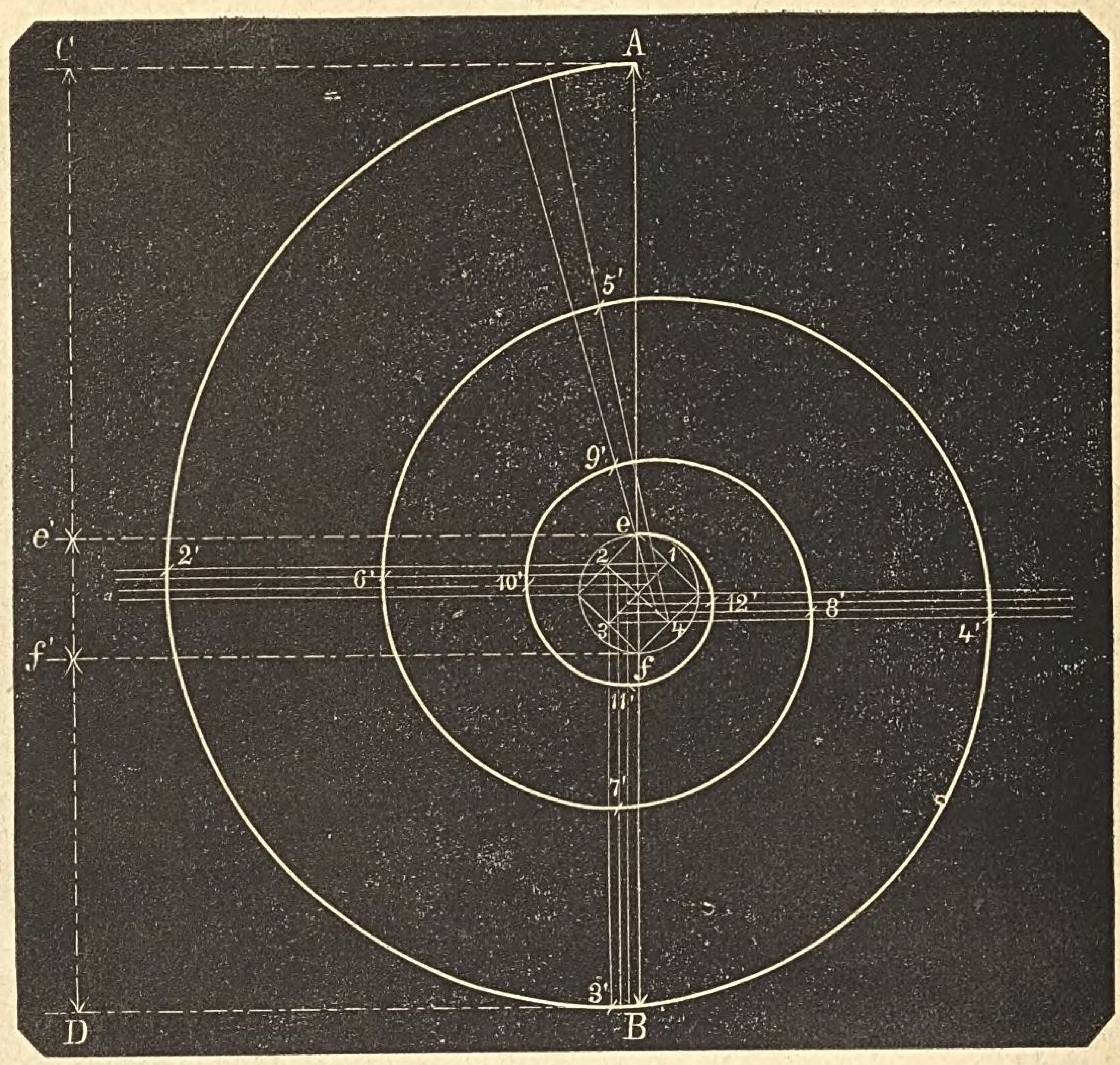


Fig. 121, b.

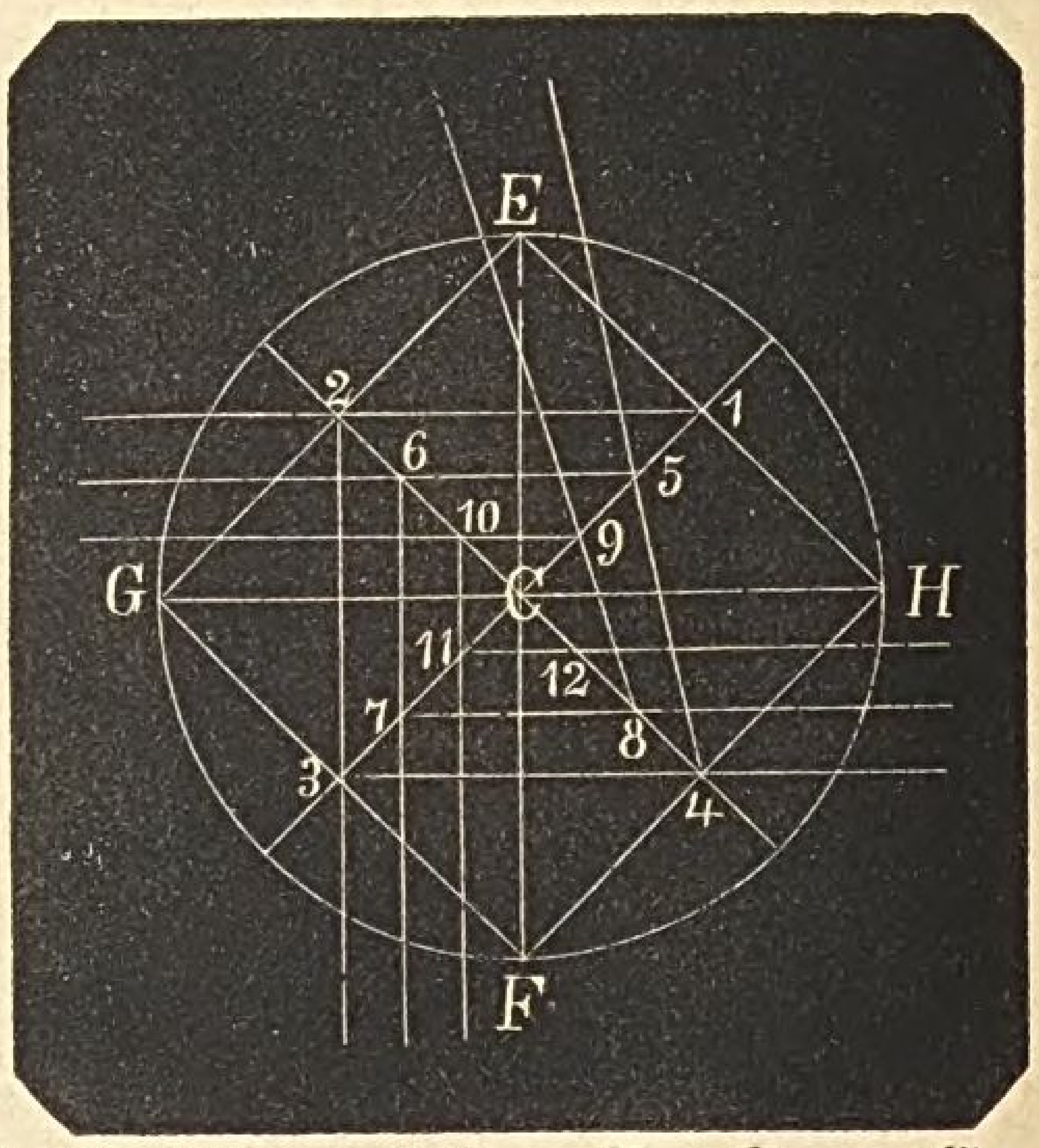


Fig. 121, a.

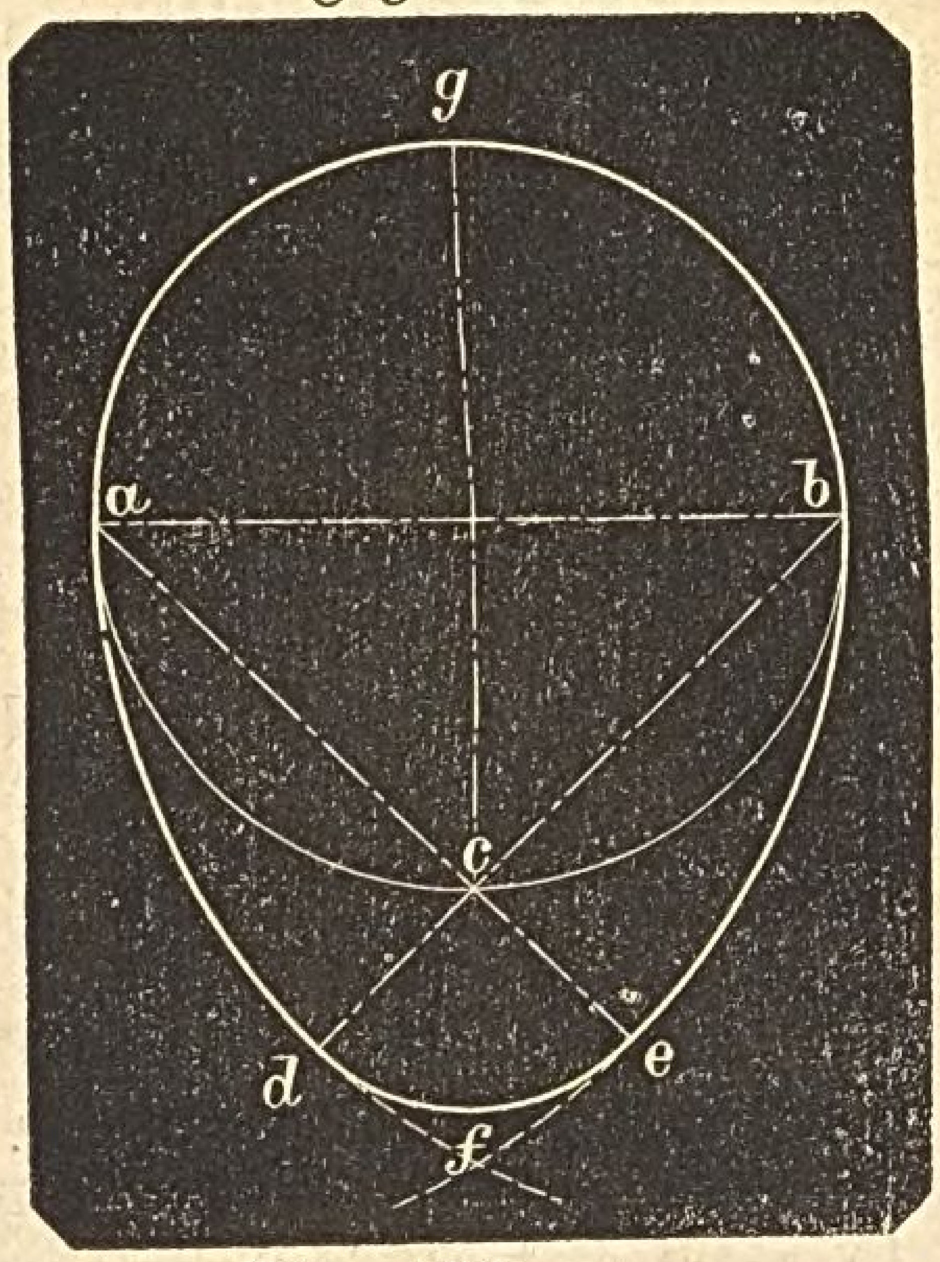
Die jonische Schnecke nach Vignola. — AB theile in 16 gleiche Theile; 8 haben oberhalb, 6 unterhalb des Auges zu sein. Das Auge wird nach Fig. 121, b zuerst gezeichnet: Nimm $\frac{1}{16}$ von AB in den Zirkel, beschreibe einen Kreis und lege in denselben einen wagrechten und senkrechten Durchmesser (GH und EF), und bilde das eingeschriebene Quadrat. Ziehe dann || zu den Quadratseiten durch das Centrum C, theile hierauf C_1, C_2, C_3 u. C_4 in je 3 gleiche Theile und ziehe die Linien 1 2, 2 3, 3 4 ꝛc. verlängernd wie in Fig. 121, a. Beschreibe dann um 1 mit dem Radius 1A den Bogen A2′, um 2 den Bogen 2′, 3′, um 3 den Bogen 3′, 4′ ꝛc. bis der letzte Bogen sich bei e an das Auge schließt.

4) **Ovale** (oder Eilinien).

a) Die Eilinie zu einem gegebenen Durchmesser (ab) soll gezeichnet werden.

Fig. 122.

Fig. 122.

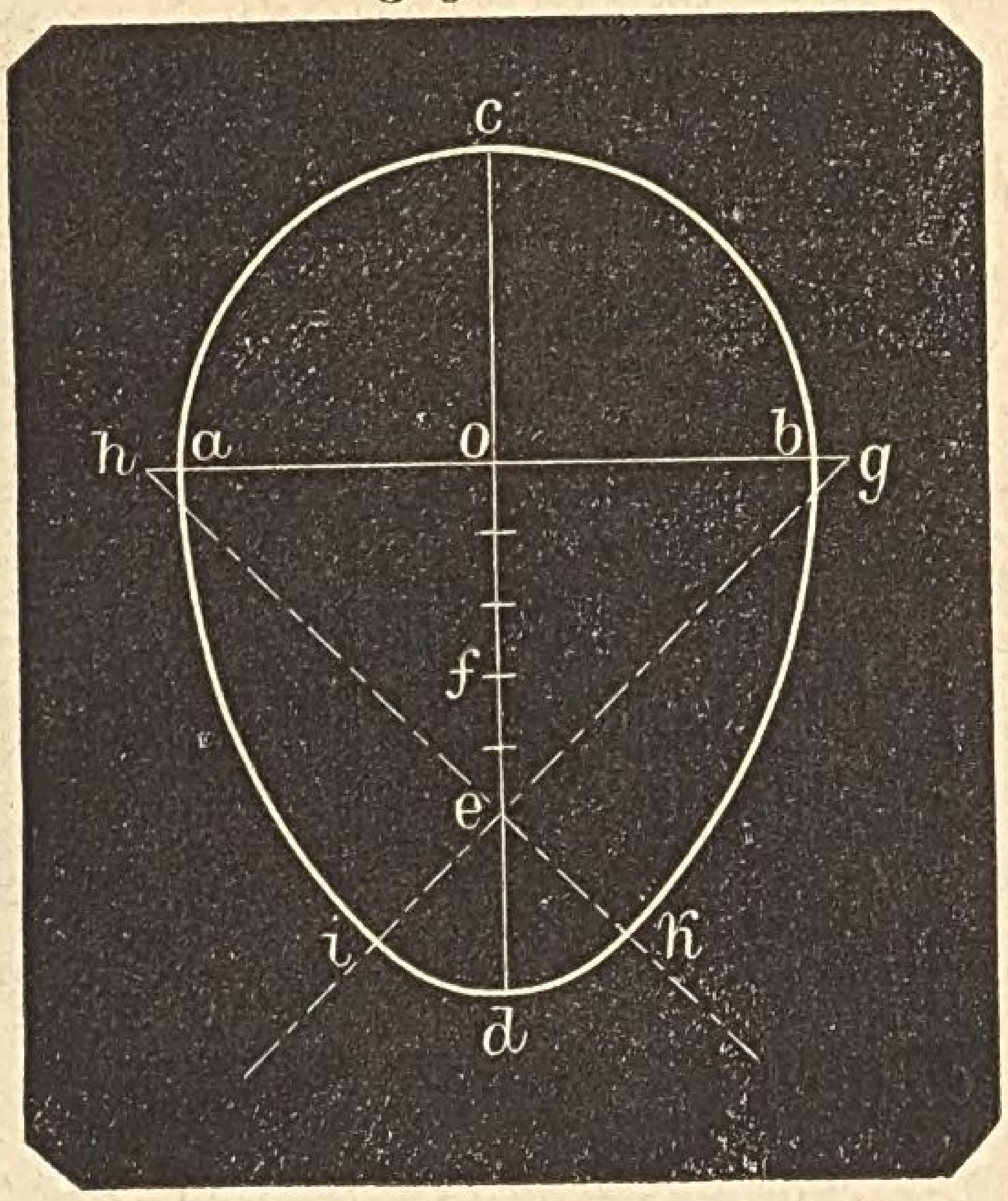


Lege in den Kreis den Durchmesser ab und mit ihm als Radius beschreibe aus a und b Kreisbogen, die sich in f schneiden. Sodann lege den senkrechten Durchmesser cg in den Kreis, mache die geraden L. bcd und ace und schließe mit dem Kreisbogen ed, der aus c mit dem Radius cd beschrieben wird, das Oval.

b) Eine Eilinie zu 2 gegebenen Durchmessern (ab u. cd) zu zeichnen.

Fig. 123.

Fig. 123.

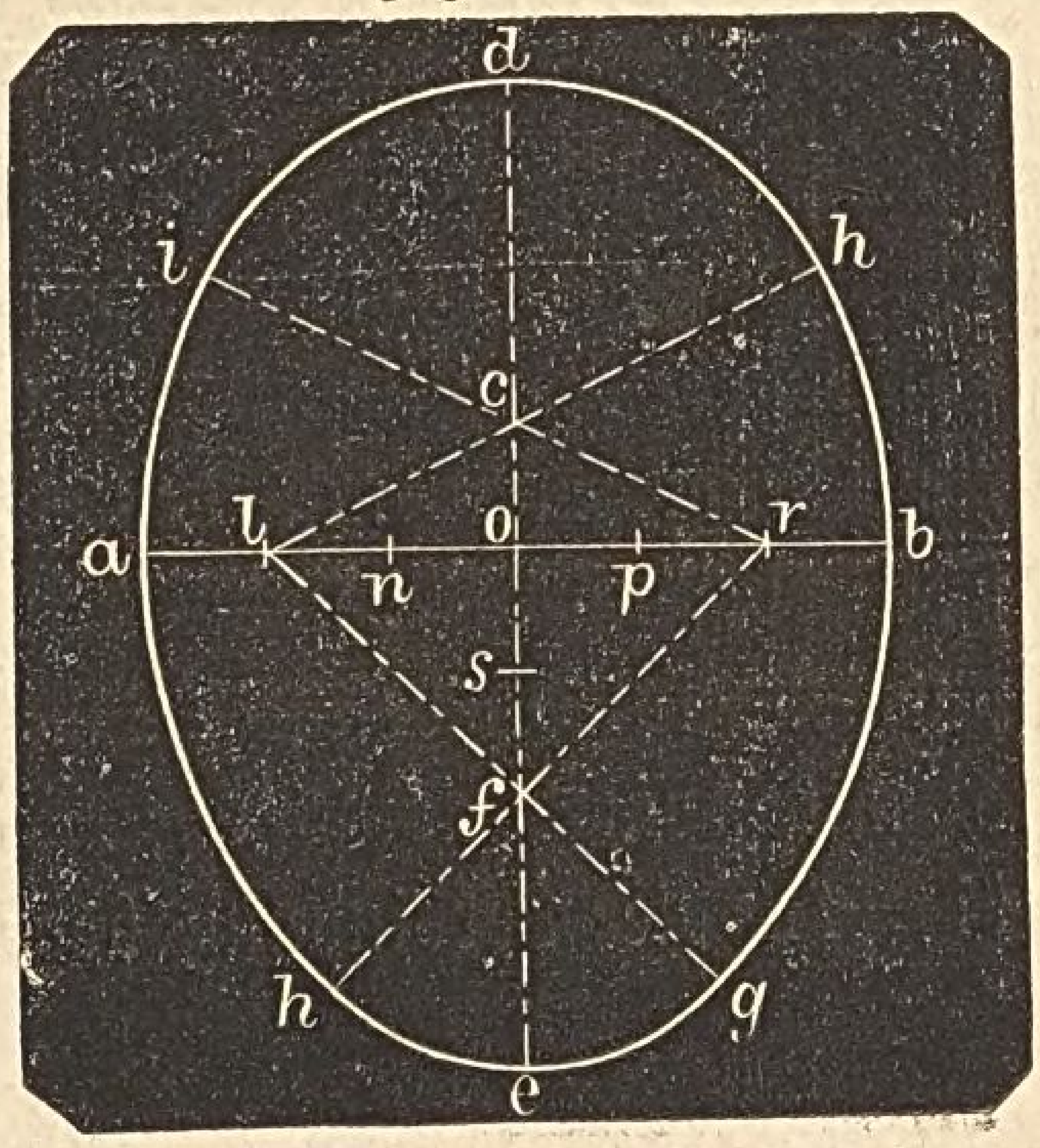


Mache ab = dem kurzen Durchmesser, darüber einen Halbkreis, durch o senkrecht den langen Durchmesser (große Axe) bis c. Sodann mache df = oa, theile fo in 3 gleiche Theile, trage 2 rückwärts nach e, mache oh = og = oe und ziehe die Hilfslinien hk und gi durch e, so sind h, g u. e die Mittelpunkte der durch die Hilfslinien begrenzten Bogen, von denen die größeren mit ga und hb, die kleineren mit ek beschrieben werden.

c) Ein Oval, zu welchem der kurze Durchmesser gegeben, ist zu construiren.

Fig. 124.

Fig. 124.



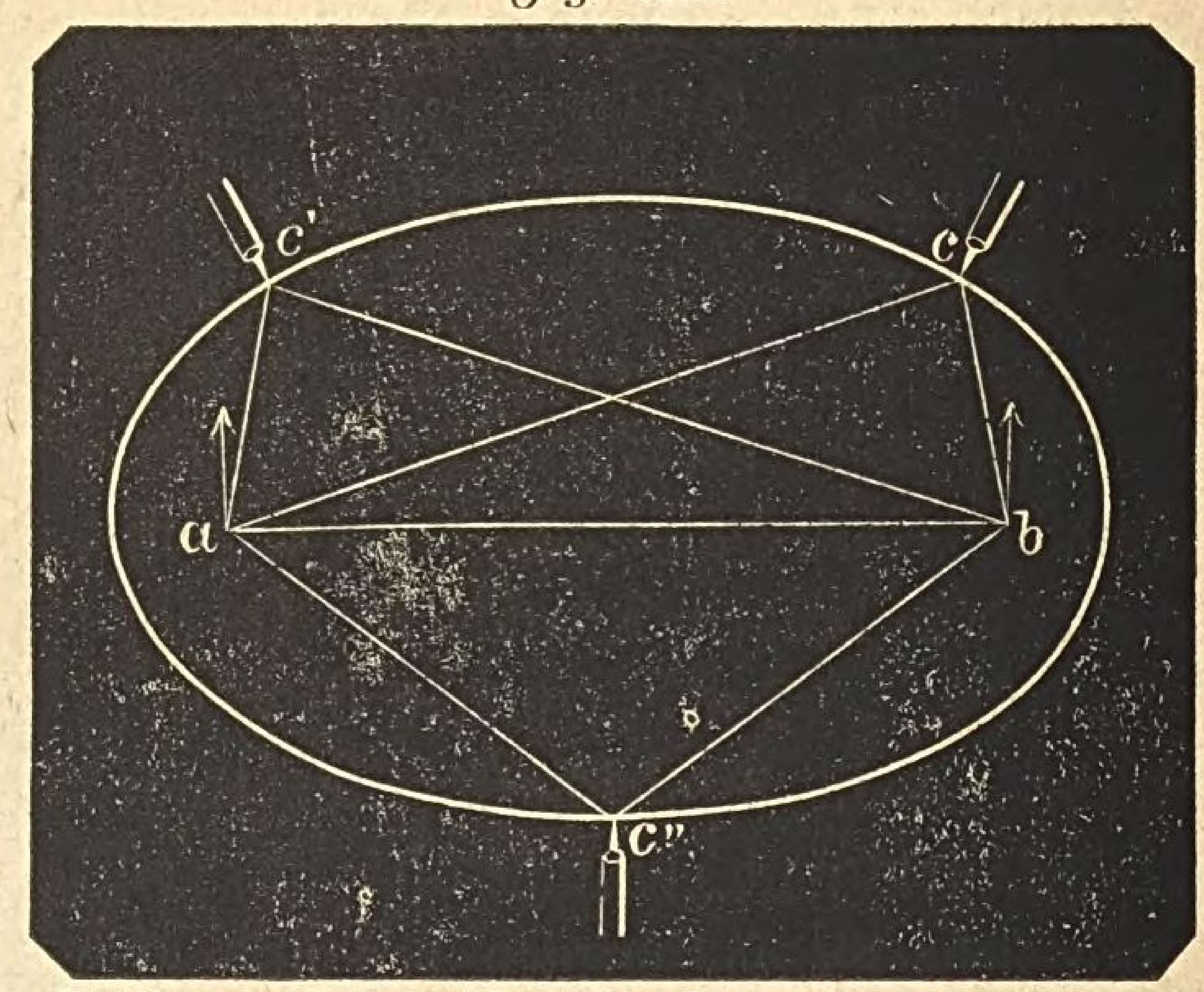
Theile die kurze Axe ab in 6 gleiche Theile, lege auf ab in o eine Senkrechte und trage nach c $\frac{1}{6}$, nach f $\frac{2}{6}$ der gegebenen Axe. Ziehe die Hilfslinien lh u. ri durch c, lg und rh durch f. Mit dem Radius ri ziehe aus r u. l die Bögen iaf und hbg und aus c und f die Ergänzungsbogenstücke.

5. Die Ellipse.

Erklär.: Eine Ellipse entsteht, wenn 2 Punkte a und b ihre Lage unverändert beibehalten, indessen ein dritter Punkt c, stets in derselben Ebene bleibend, sich fortbewegt und zwar in der Weise, daß die Summe seiner Abstände von a und b stets dieselbe bleibt, also $ac + cb = ac' + c'b = ac'' + c''b$. (Fig. 125.)

Die Ellipse hat eine große und eine kleine Axe, welche sich rechtwinklig durchschneiden. Durchschneidet man mit der halben großen Axe aus einem Endpunkt der kleinen die große in 2 Punkten, so erhält man die beiden Brennpunkte.

Fig. 125.



a) Handwerker lassen in Uebereinstimmung mit obiger Erklärung die Ellipse folgendermaßen entstehen (Fig. 125): Sie schlagen als Brennpunkte zwei Stifte in a und b ein, schlingen um dieselben einen Faden, spannen denselben durch einen Bleistift an und führen, stets den Faden spannend, den Bleistift um die eingeschlagenen Stifte. Dies ist die sogenannte Fadenconstruktion.

b) Mittelst zweier Kreise ist eine Ellipse zu construiren.

Fig. 126.

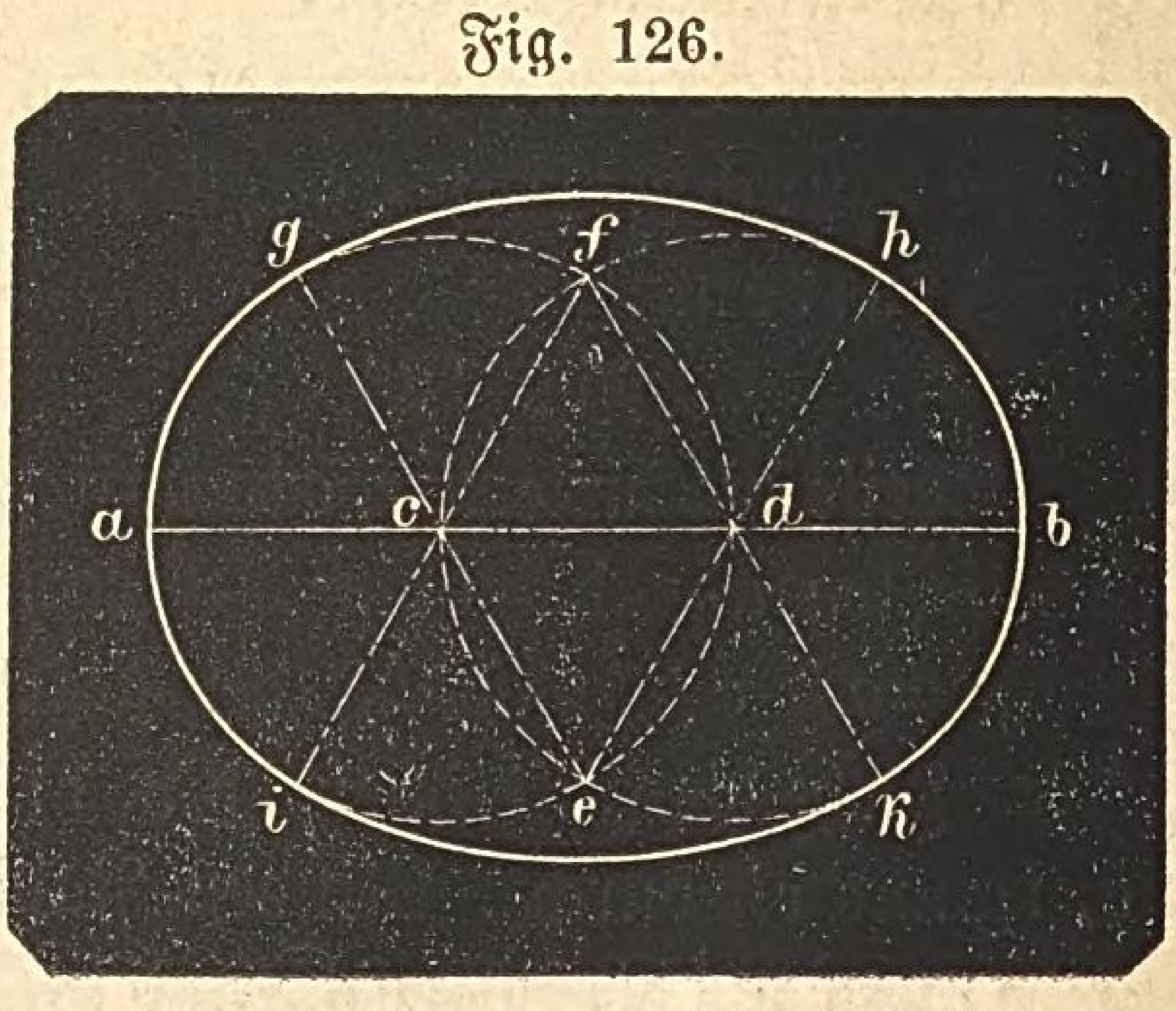


Fig. 126.

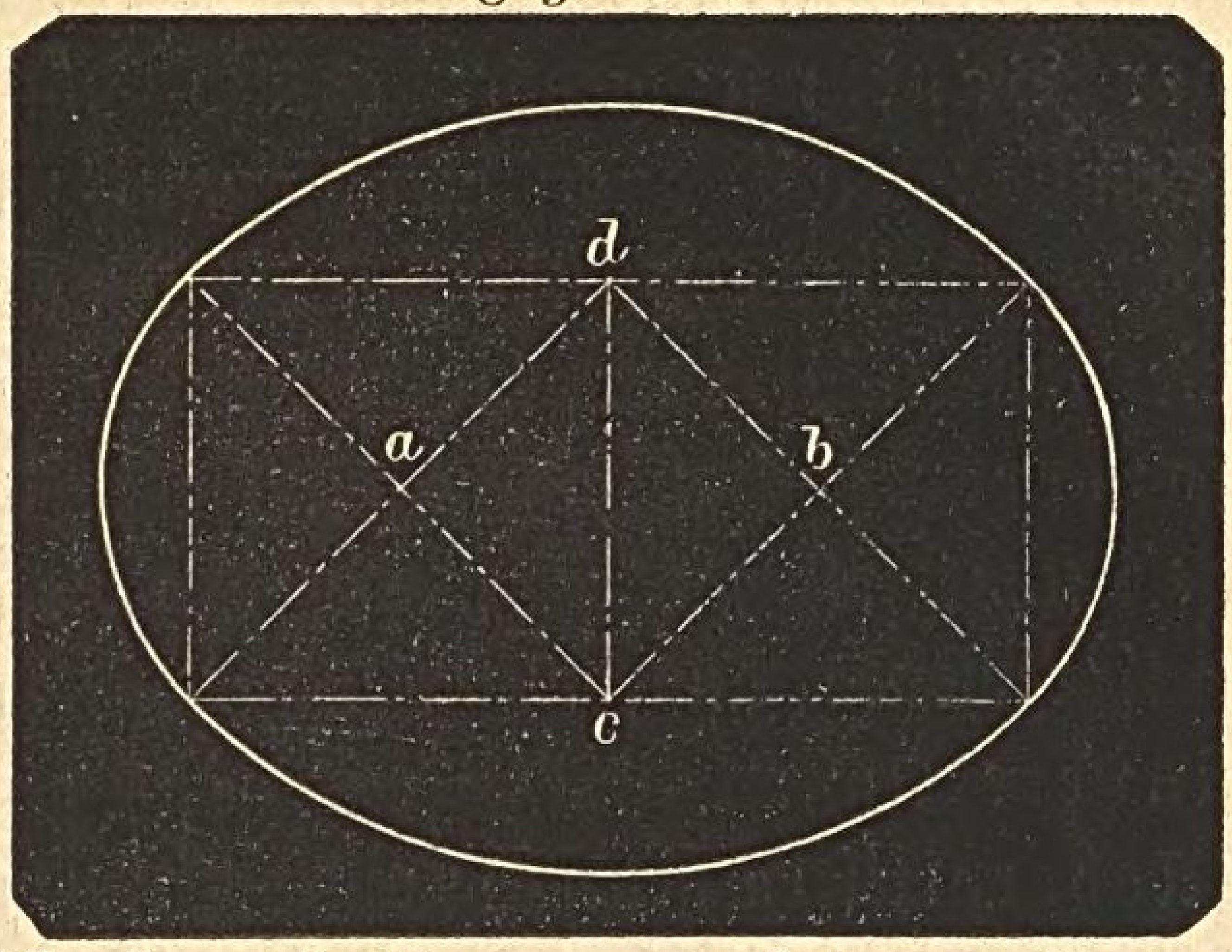
Theile die große Axe ab in 3 gleiche Theile und beschreibe mit 1 Theil um c und d Kreise. Die sich ergebenden Schnittpunkte e und f verbinde man mit den Centren und verlängere sie bis zur Peripherie. Endlich beschreibe man aus e mit dem Radius $eg = eh = fi = fk$ die Verbindungsbogen.

c) Eine Ellipse ist mittelst 2er Quadrate zu zeichnen.

Fig. 127.

Construire 2 richtige Quadrate auf einer Linie so, daß sie mit ihren Seiten an einander stoßen, also zusammen ein Rechteck bilden; ziehe die Diagonalen der Quadrate, welche in ihrer Mitte ein drittes Quadrat abcd bilden, dessen Eckpunkte die Centren für die Theilbogen der Ellipse sind.

Fig. 127.



d) Eine Ellipse mittelst der beiden gegebenen Axen (dc u. fg) zu construiren.

Fig. 128.

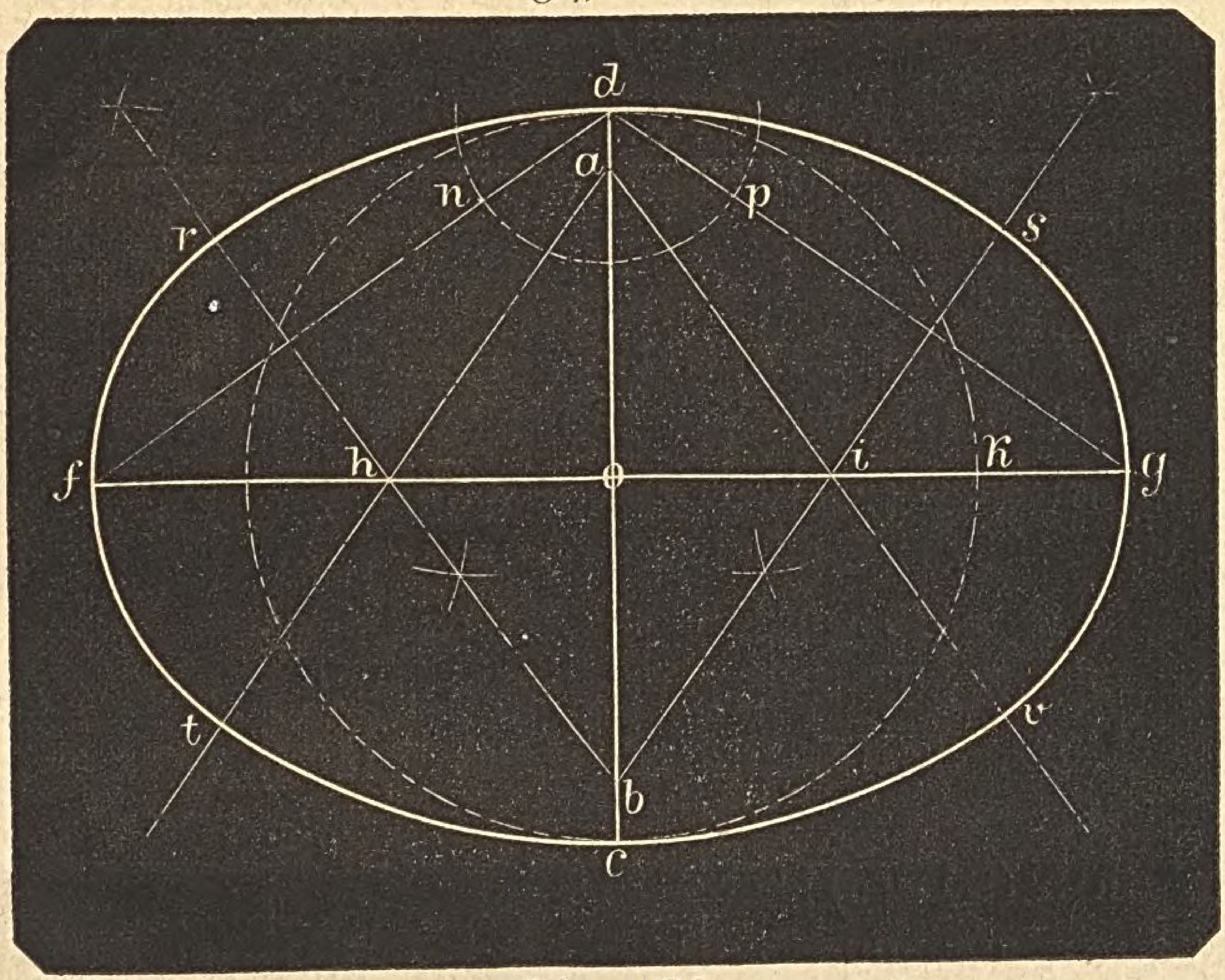


Fig. 128.

Trage von o aus do nach k und beschreibe aus d mit kg den Bogen np; halbire nf durch eine Senkrechte, so schneidet dieselbe die lange Axe in h, die kurze in b, welches 2 Mittelpunkte sind, b für den Bogen $\widehat{rds}$ und h für den Bogen $\widehat{rft}$. Geschieht auf der Gegenseite Gleiches, so vollendet sich die Ellipse.

Anm. Ellipsen lassen sich noch auf verschiedene Weise construiren. Man kann die Längenachse nämlich auch durch Kreise in 4 und mehr Theile zerlegen, kann nur die große oder nur die kleine Achse dabei als gegeben erhalten. Die wenigen angeführten Constructionen mögen als die am häufigsten vorkommenden genügen.

§. 16. Architektonische Formen.

Zu den Vorbedingungen für ein hinreichendes Verständniß der Baukunst gehört ebenso nöthig als für das baukünstlerische Schaffen selbst auch die Kenntniß der Grundsätze, welche für die Bildung eines baulichen Ganzen maßgebend sein sollen, sowie die Kenntniß über die Bildung der Strukturtheile im Besonderen. Hat ein Baumeister die Idee eines Ganzen auszugestalten, so hat er zuerst auf die innere, dem Zweck des Baues entsprechende Anordnung zu sehen, dann gleichzeitig aber auch auf die äußere Ansicht, welche mit dem Innern den Gesetzen der Harmonie (Uebereinstimmung) und Symmetrie (Gleichmaß zweier Theile, wovon der eine das Spiegelbild des andern ist,) entsprechen soll.

Ehe man diesen Forderungen nachkommen und durch verschiedene wohlgeliederte Zusammensetzungen der Einzeltheile, welche den verschiedenen Baustil geben, ein gelungenes architektonisches Ganzes schaffen kann, muß man sich zuerst mit der Bildung der einzelnen Strukturtheile sehr vertraut gemacht haben. Deshalb folgen hier zur Vorbereitung für das Bauzeichnen

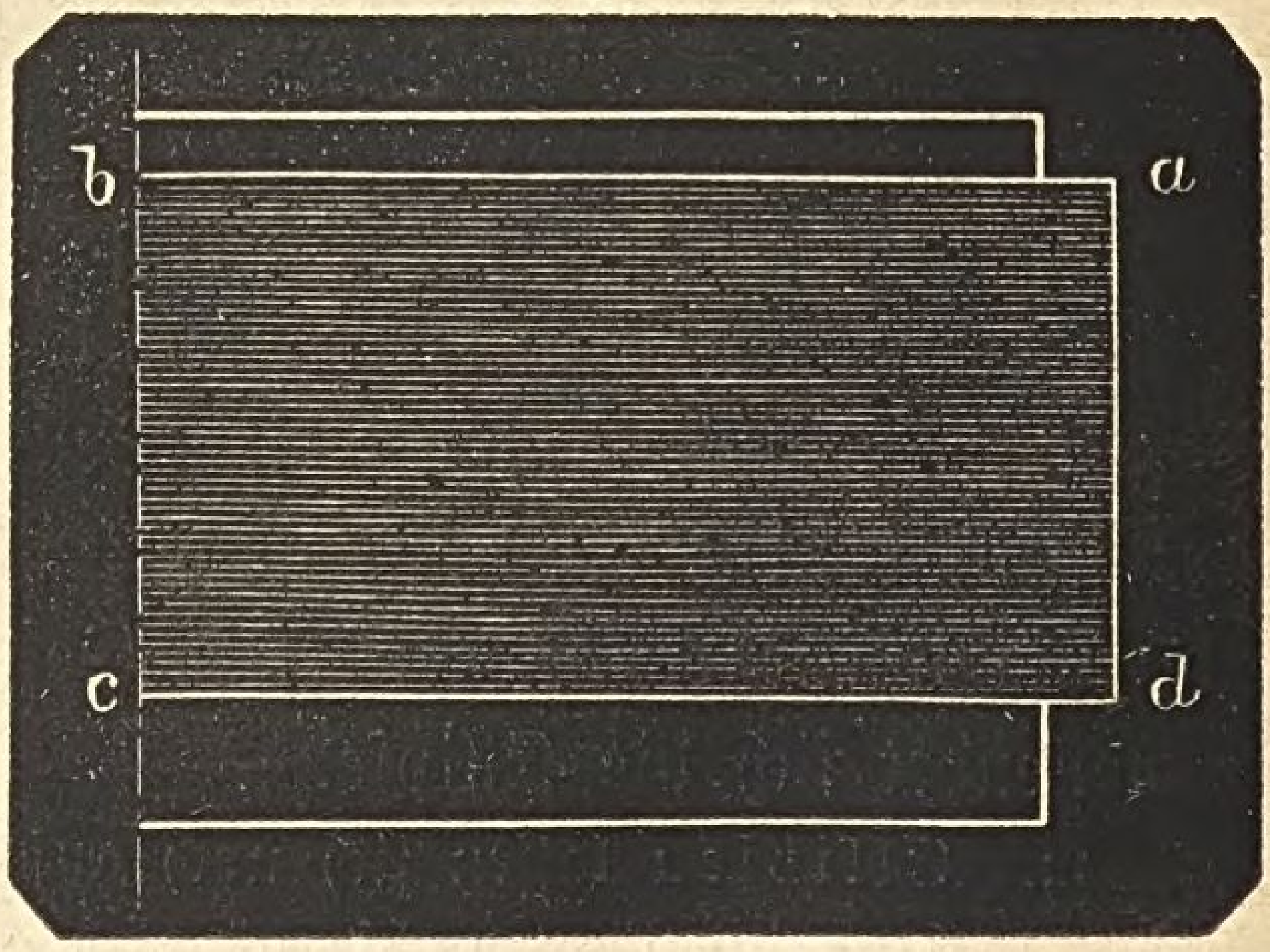
1) die wichtigsten Bauglieder,
2) die Gesimse und (da das hierhergehörige Ornament*) im Freihandzeichnen behandelt wird)
3) die Stützen, Decken 2c.

1. Die **Bauglieder.**

Die wichtigsten Bauglieder sind Platte, Rundstab, Viertelstab, Hohlkehle, Welle, Plättchen und Stäbchen.

Fig. 129.

Fig. 129.



a) Die Platte (Abacus) schließt in dieser starken Form ganze Theile ab oder verbindet sie. Die Platte (a b c d) entsteht z. B. bei der Steinconstruction, wenn eine Steinplatte vorgekragt (so daß sie vorsteht) wird. Wird die Platte in ihrer Vorkragung mit convexer Ausbiegung dargestellt, so entsteht

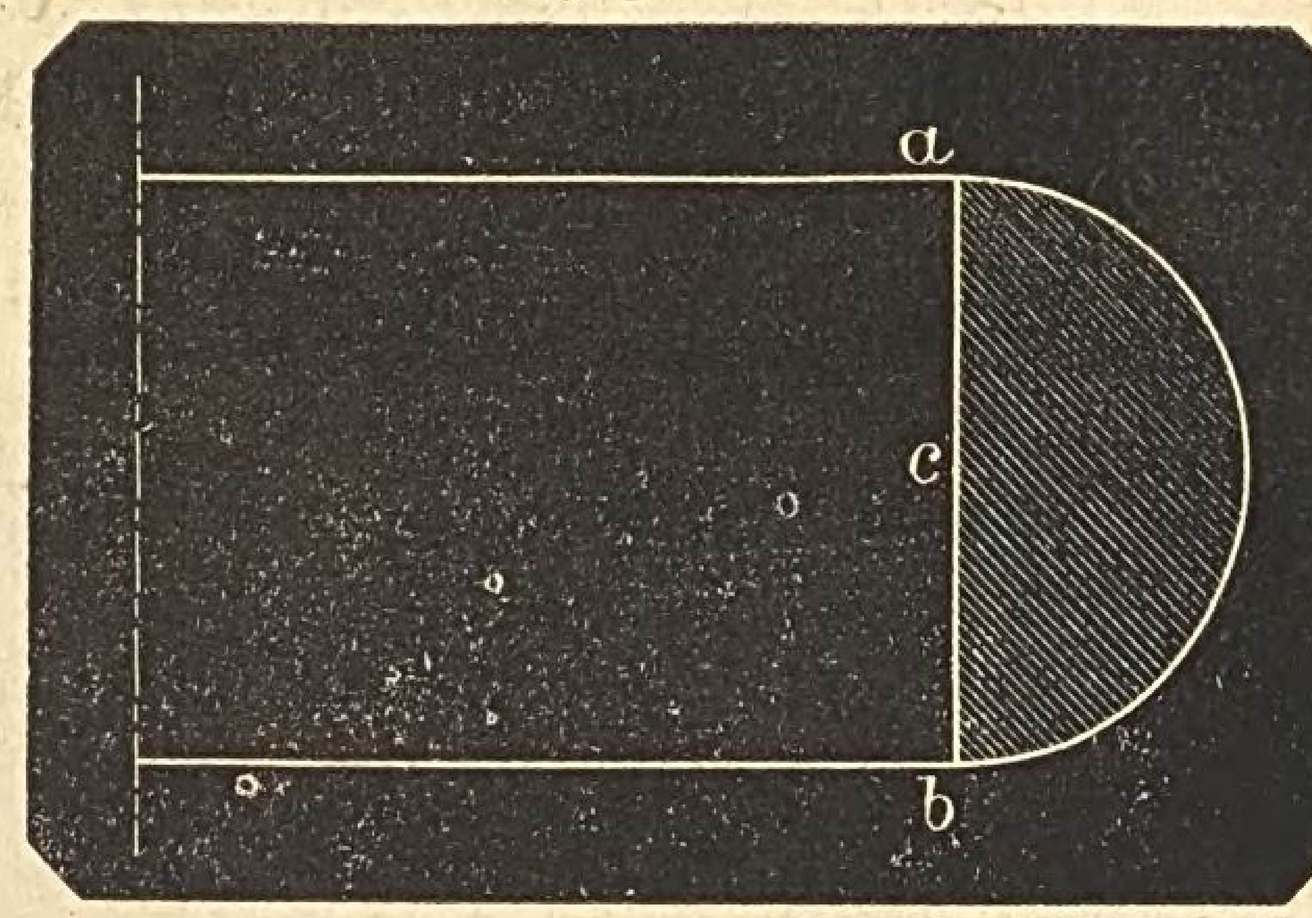
*) Das Ornament oder die Verzierung erhält seine Motive meist aus dem Pflanzenreich (seltener aus dem Thierreich) und ist entweder plastisch (erhaben) oder flach (durch Malerei bewirkt).

Fig. 130.
b) der **Rundstab** (Pfühl), Halbkreis aus c.

Fig. 131 u. 132.
c) Der **Viertelsstab**.

Fig. 131 mit einem einfachen Viertelskreis aus c. — Fig. 132 auch **Wulst** genannt, wird aus 2 Vierteskreisen beschrieben, aus c und d. fc $= \frac{1}{3}$fa; ca $= \frac{2}{3}$fa.

Fig. 130.



131.

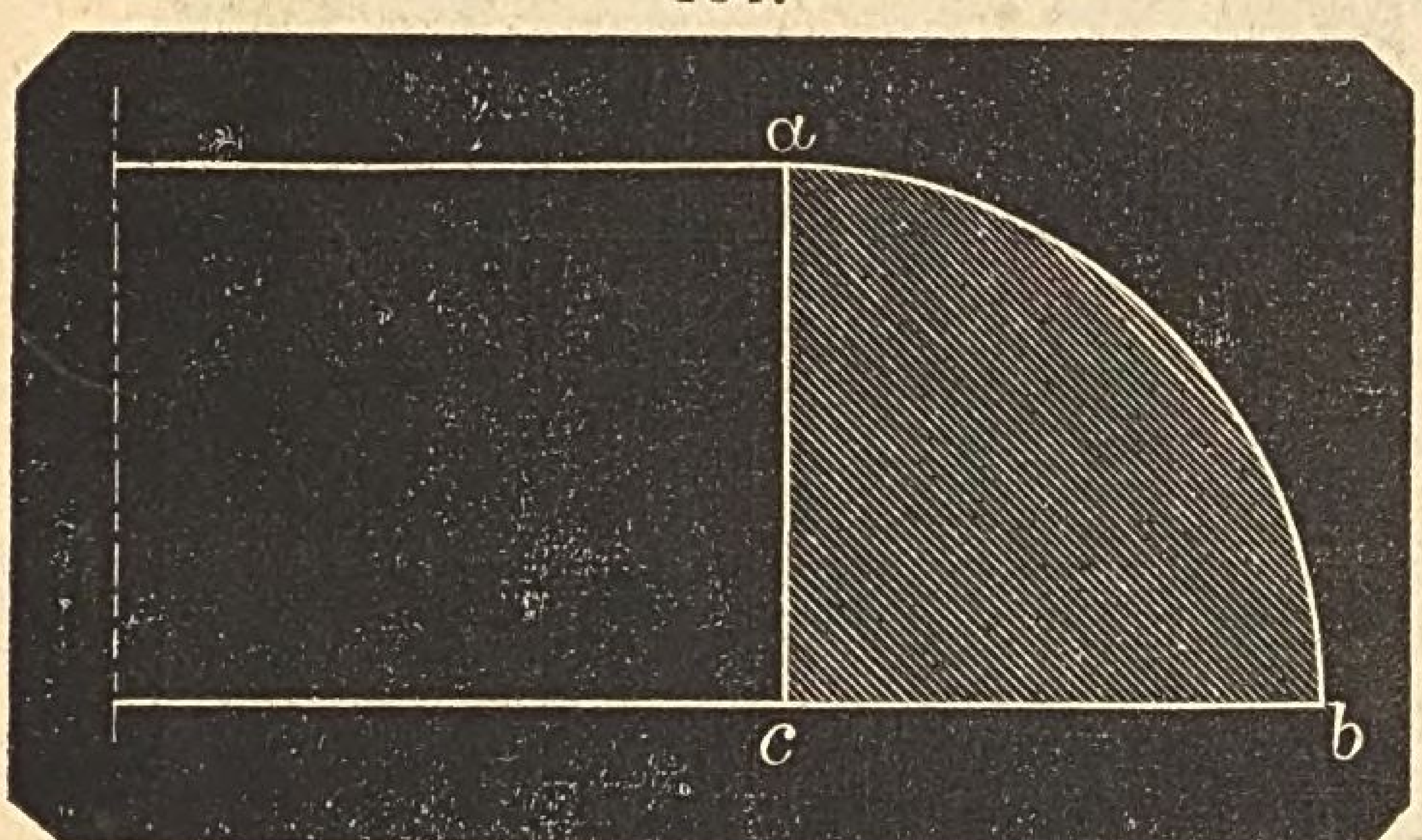


Fig. 132.

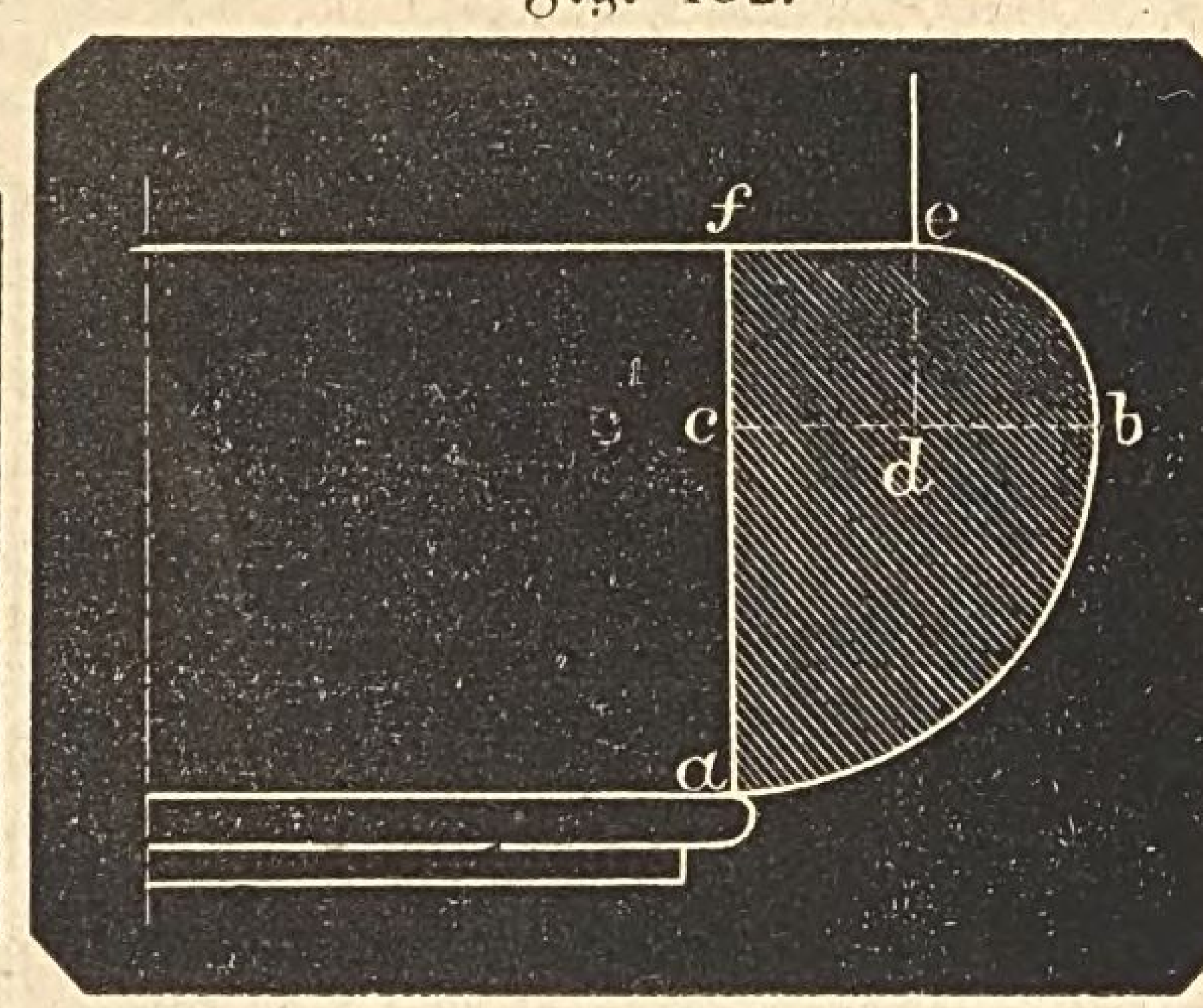


Fig. 133.
d) Die **Hohlkehle** ist die concave Einbiegung durch einen Viertelskreis ba aus c beschrieben; sie kann aber auch als umgekehrter Wulst aus 2 Viertelskreisen $\widehat{ba}$ und $\widehat{ad}$ zusammengesetzt sein, (ea $= \frac{1}{3}$ac) oder auch aus einem Halbkreise bestehen.

Fig. 133.

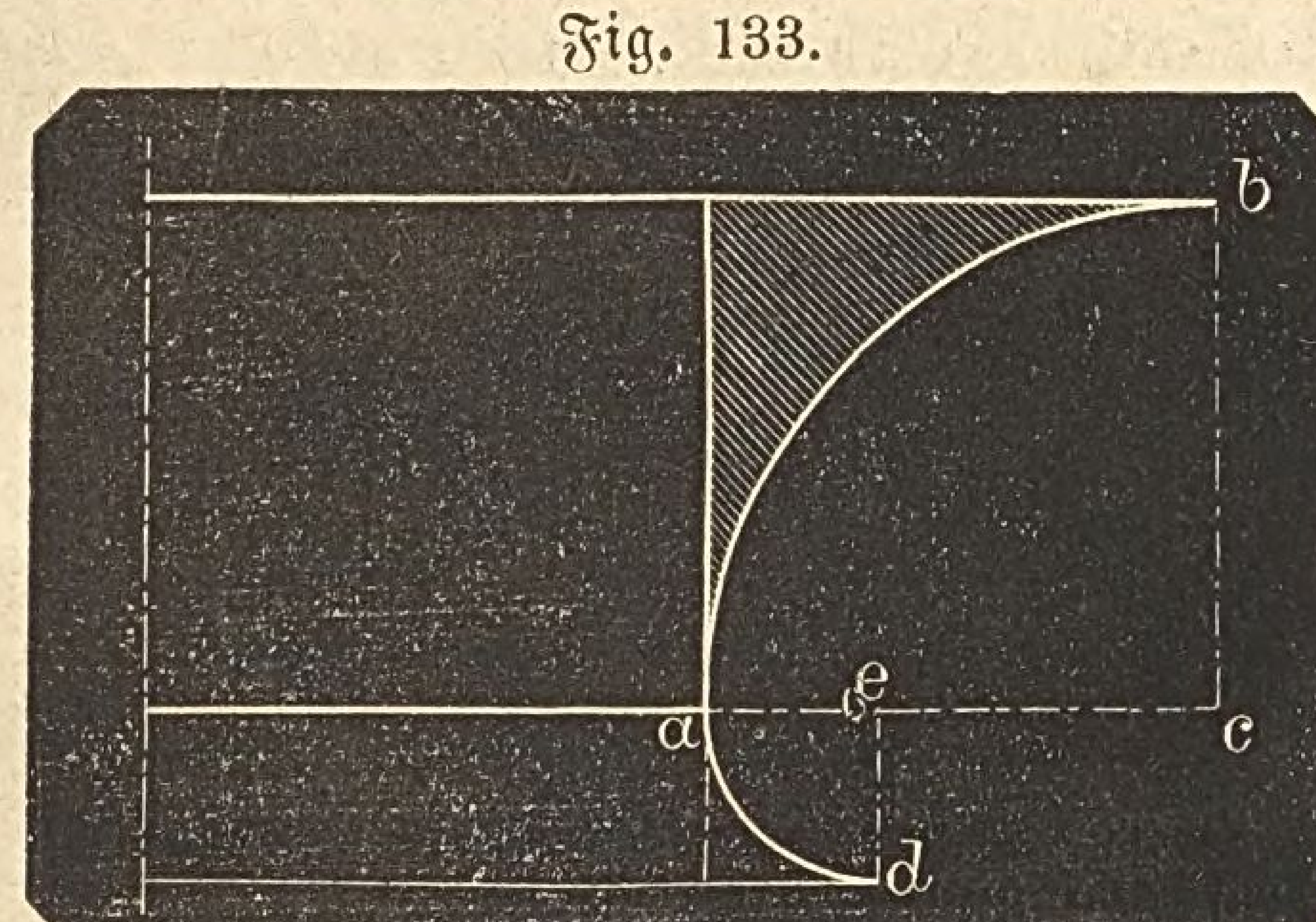
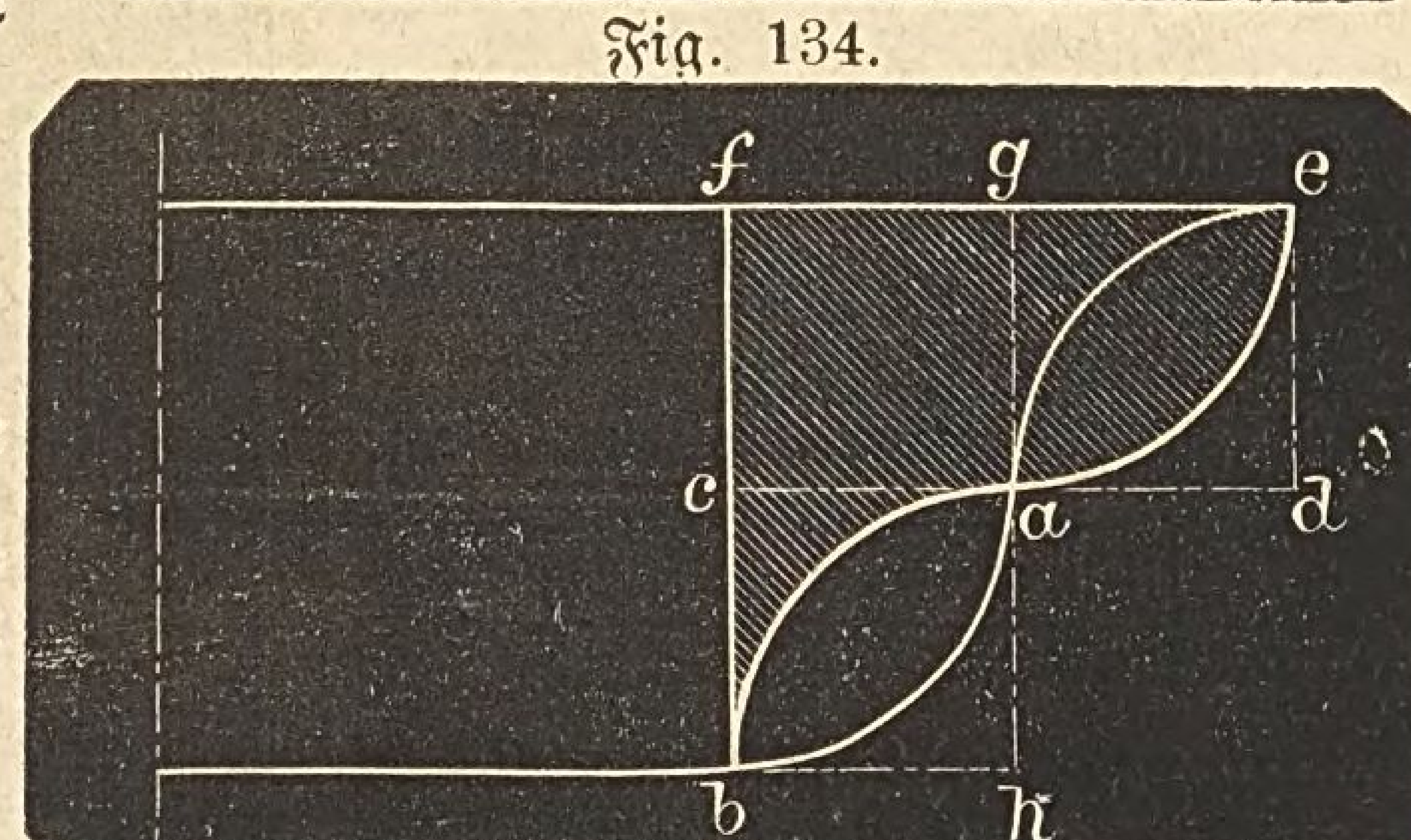


Fig. 134.
e) Die **Welle**, welche entsteht, sobald die Vorkragung der Platte sowohl concav als convex gebogen wird.

Sie heißt:

Fig. 134.



1) **Karnies** oder **steigende Welle**, wenn das Profil durch Viertelkreise aus d und c gebildet wird.

2) **Kehlstoß** oder **verkehrt steigende Welle**, wenn das Profil durch Viertelkreise aus g und h gebildet wird.

Fig. 135.

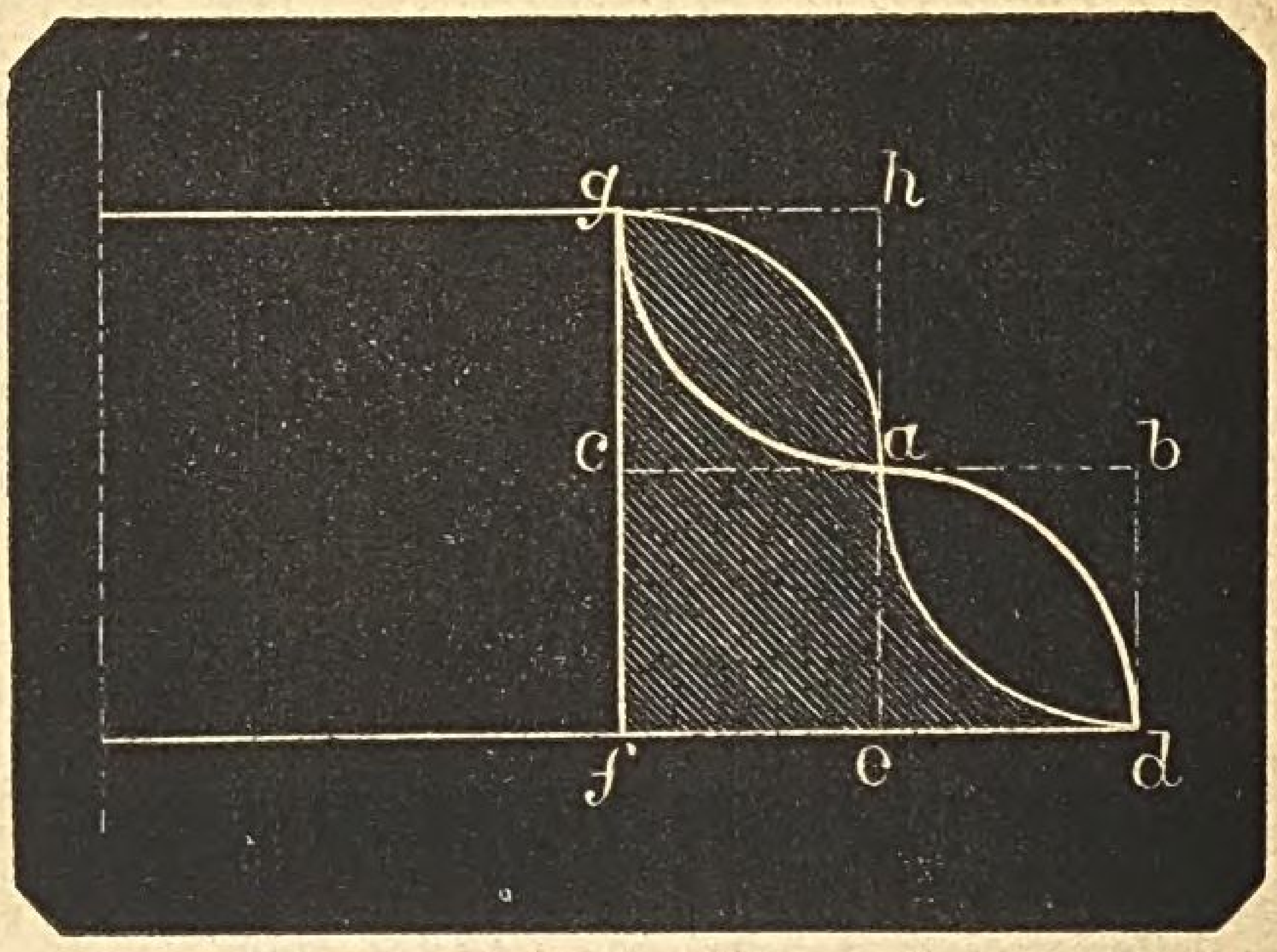


Fig. 135.

3) **Sturzrinne** oder **fallende Welle**, wenn das Profil durch Viertelkreise aus c und b,

4) **Glockenleiste** oder **verkehrt fallende Welle**, wenn das Profil durch 2 Viertelkreise aus h und e gebildet wird.

Fig. 136.

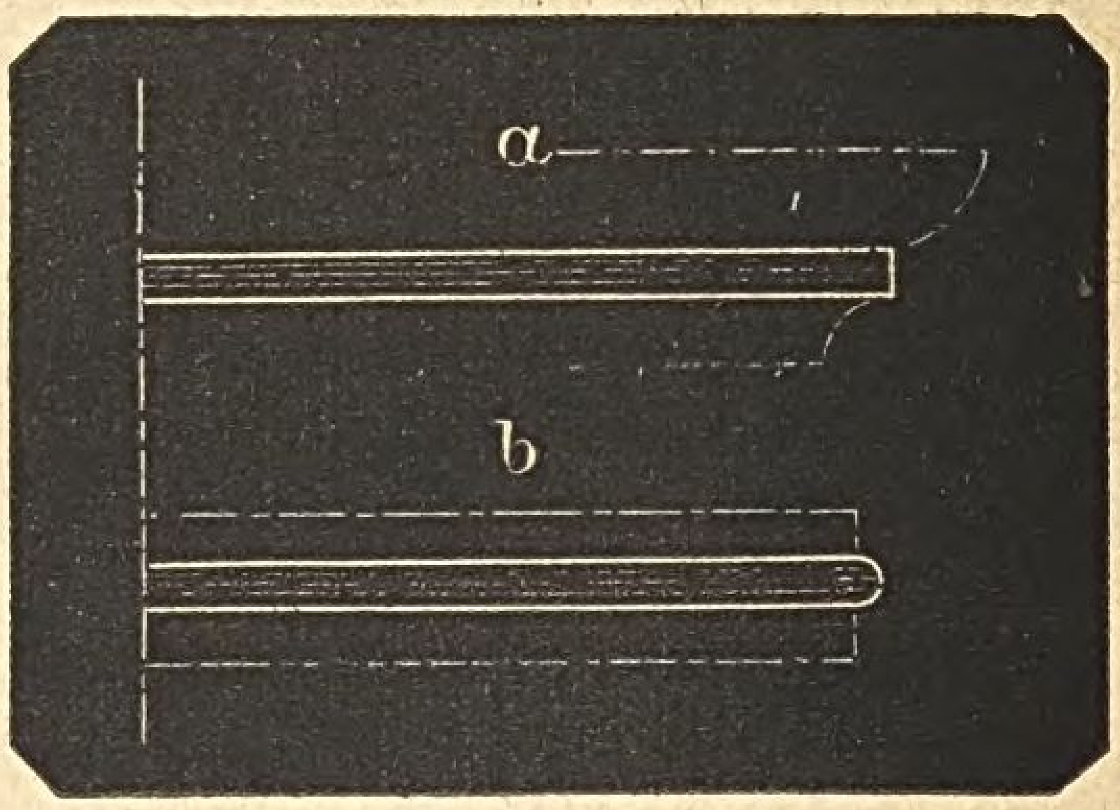


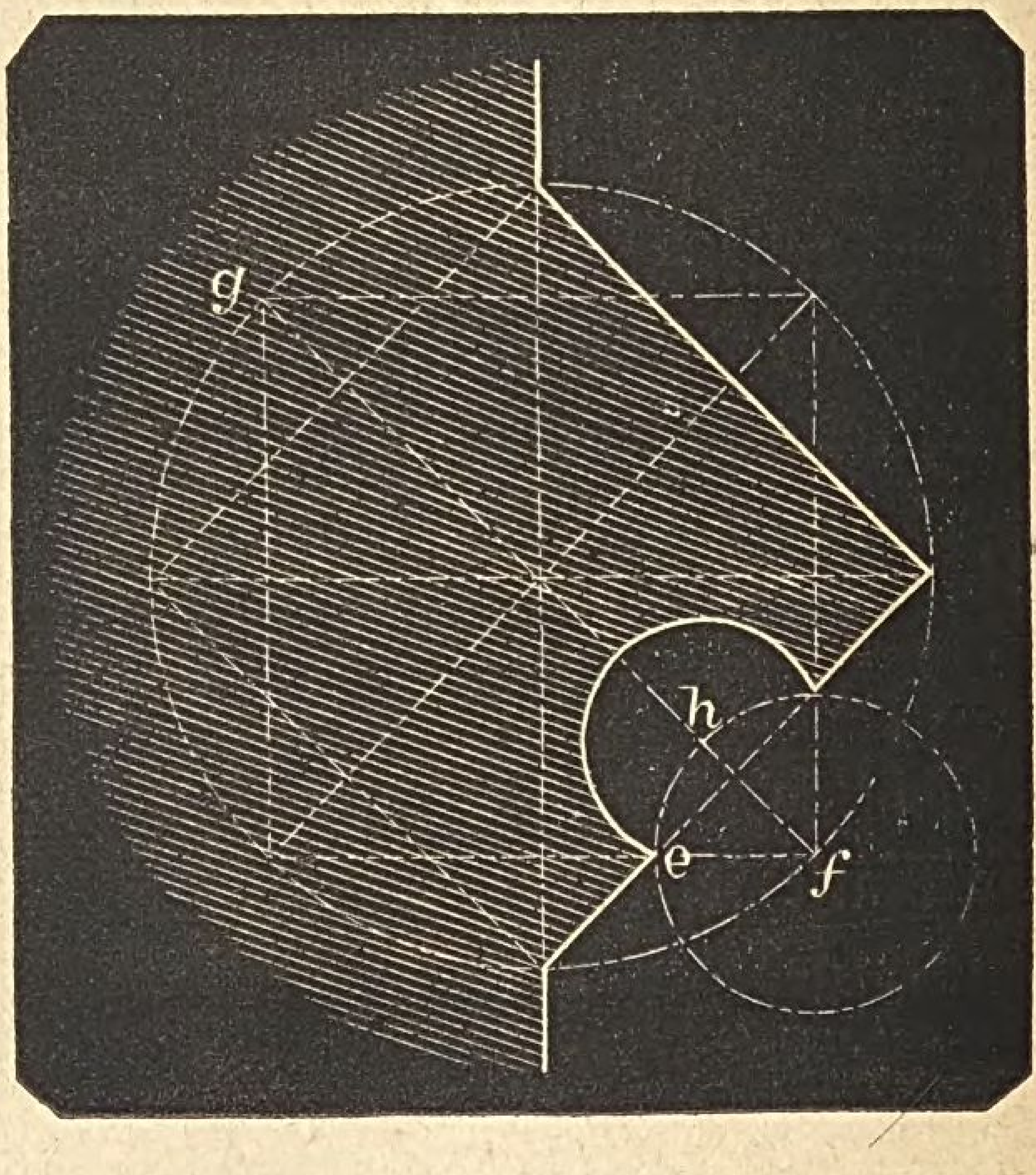
Fig. 136.

f) Sind Platte und Rundstab im Verhältniß zu den übrigen Baugliedern schmal und nur dazu da, eine Trennung der letzteren zu bewirken, so nennt man sie aa **Plättchen** oder **Riemchen**, bb **Stab**, **Stäbchen**, **Ring**.

2. Die Gesimse.

Die Gesimse entstehen durch entsprechende Zusammenstellung der verschiedenen Bauglieder. Je nach dem Zweck gibt es **Krönungs-**, **Sockel-** und **Einfassungsgesimse**.

Fig. 137.



a) **Krönungs-** oder **Hauptgesimse**.

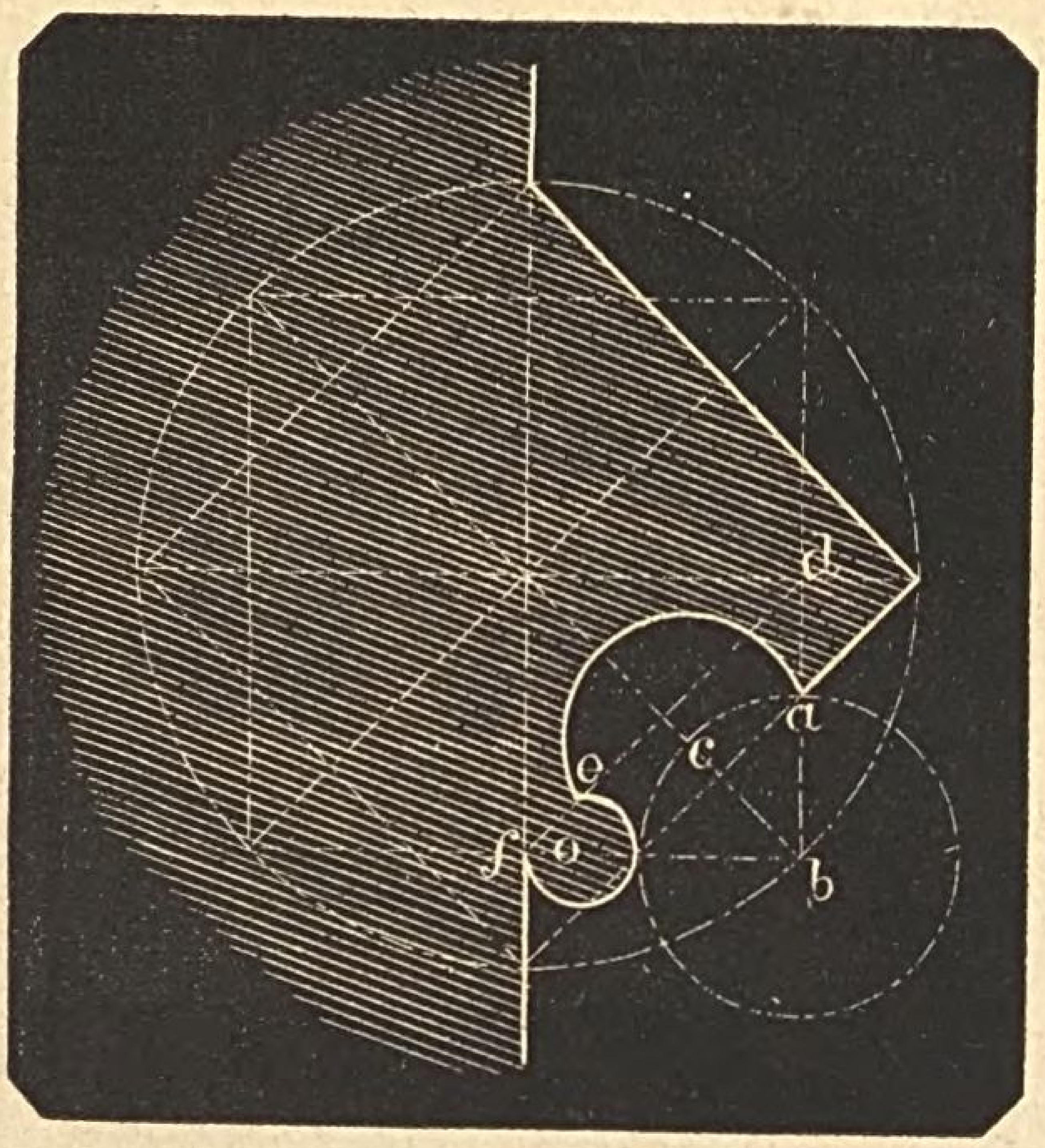
Die Fig. 137 u. 138 zeigen **Profile** (nach Eberlein).

Constr. Fig. 137.

Stelle in den gegebenen Kreis 2 Quadrate über Eck und ziehe die 4 Diagonalen dann aus f mit fe einen Kreis, welcher die Diagonale fg in h schneidet, so ist he der Radius für die Hohlkehle. Die übrigen (starken) Linien des Profils liegen schon in den Hilfslinien.

Constr. Fig. 138.

Fig. 138.

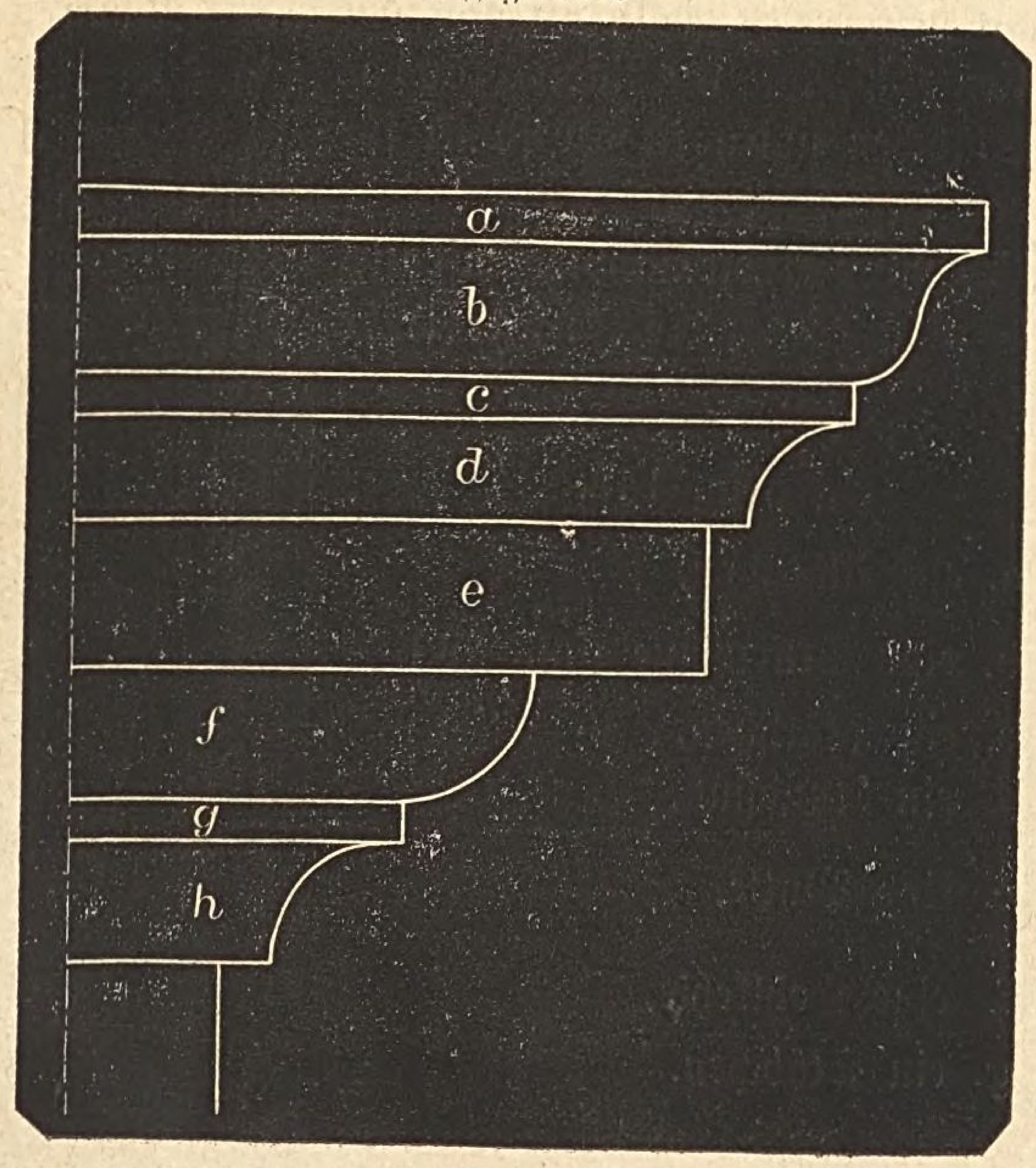


In den gegebenen Kreis sind dieselben Quadrate und Diagonalen zu legen und d f. Die Länge b a ist dann nach c zu tragen, aus c die Hohlkehle a͡e zu beschreiben und um o das Stäbchen mit o e zu legen.

Die Haupt- oder Krönungsgesimse bestehen aus verschiedenen Gliedern z. B.

Fig. 139.

Fig. 139.



a. ein Plättchen,
b. ein Karnies (steig. W.),
c. ein Plättchen,
d. eine Hohlkehle,
e. eine Platte,
f. ein Viertelsstab,
g. ein Plättchen,
h. eine Hohlkehle.

b) Sockel- oder Fußgesimse.

Die Fig. 140 u. 141 zeigen Profile solcher Fußgesimse (nach Eberlein).

Fig. 140.

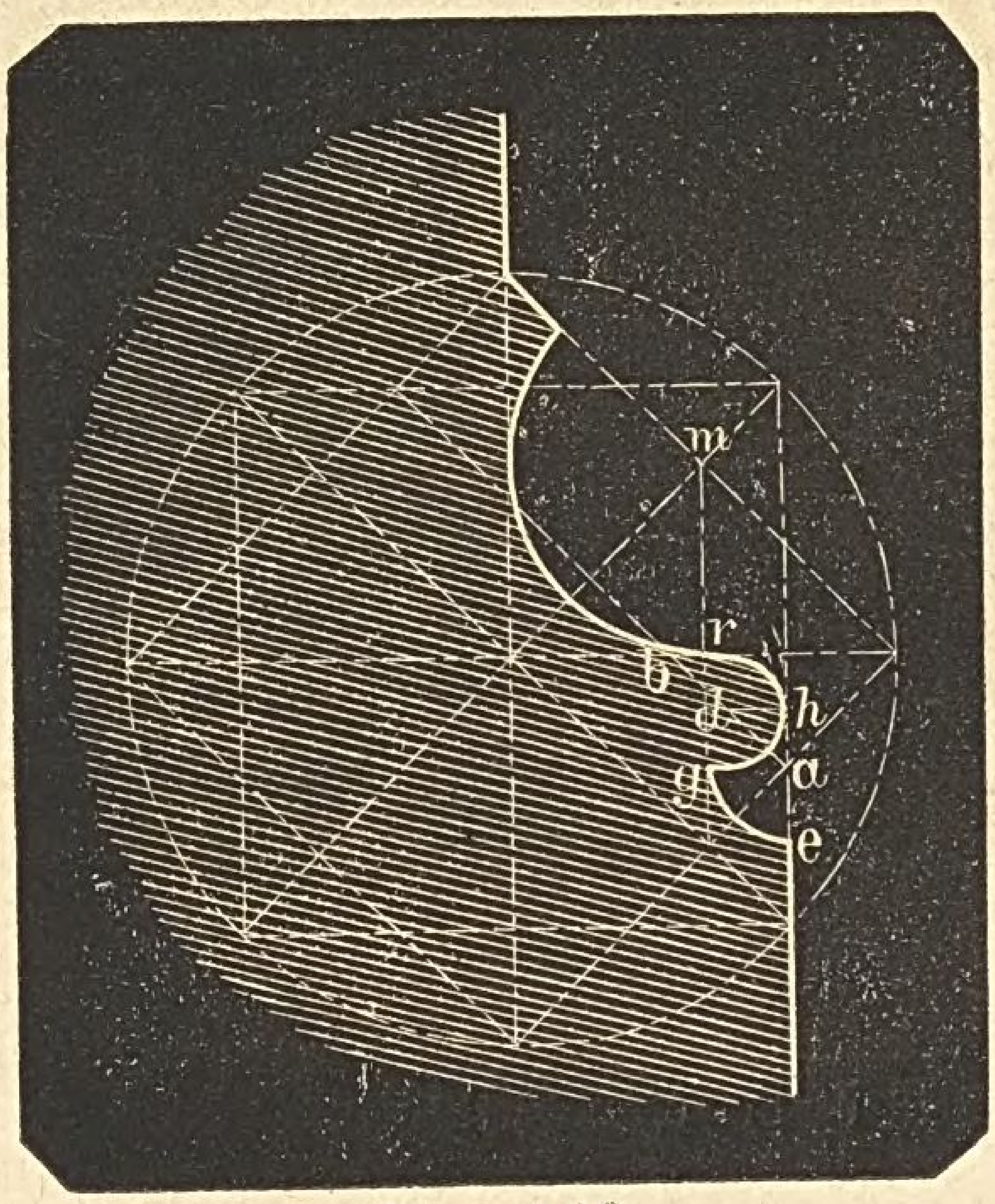


Fig. 140.

Die Hohlkehle wird aus m mit mr beschrieben, halb ab gibt das Centrum, d h den Radius für das Stäbchen und a ist der Punkt für den Einschnitt eg.

Aehnlich wie die Hauptgesimse gliedern sich auch die Fußgesimse z. B.

Fig. 142.

a. ein Plättchen,

b. eine Sturzrinne (fall. W.),

c. ein Plättchen,

d. ein Rundstab,

e. eine Platte,

f. eine Hohlkehle,

g. ein Stäbchen.

Fig. 141.

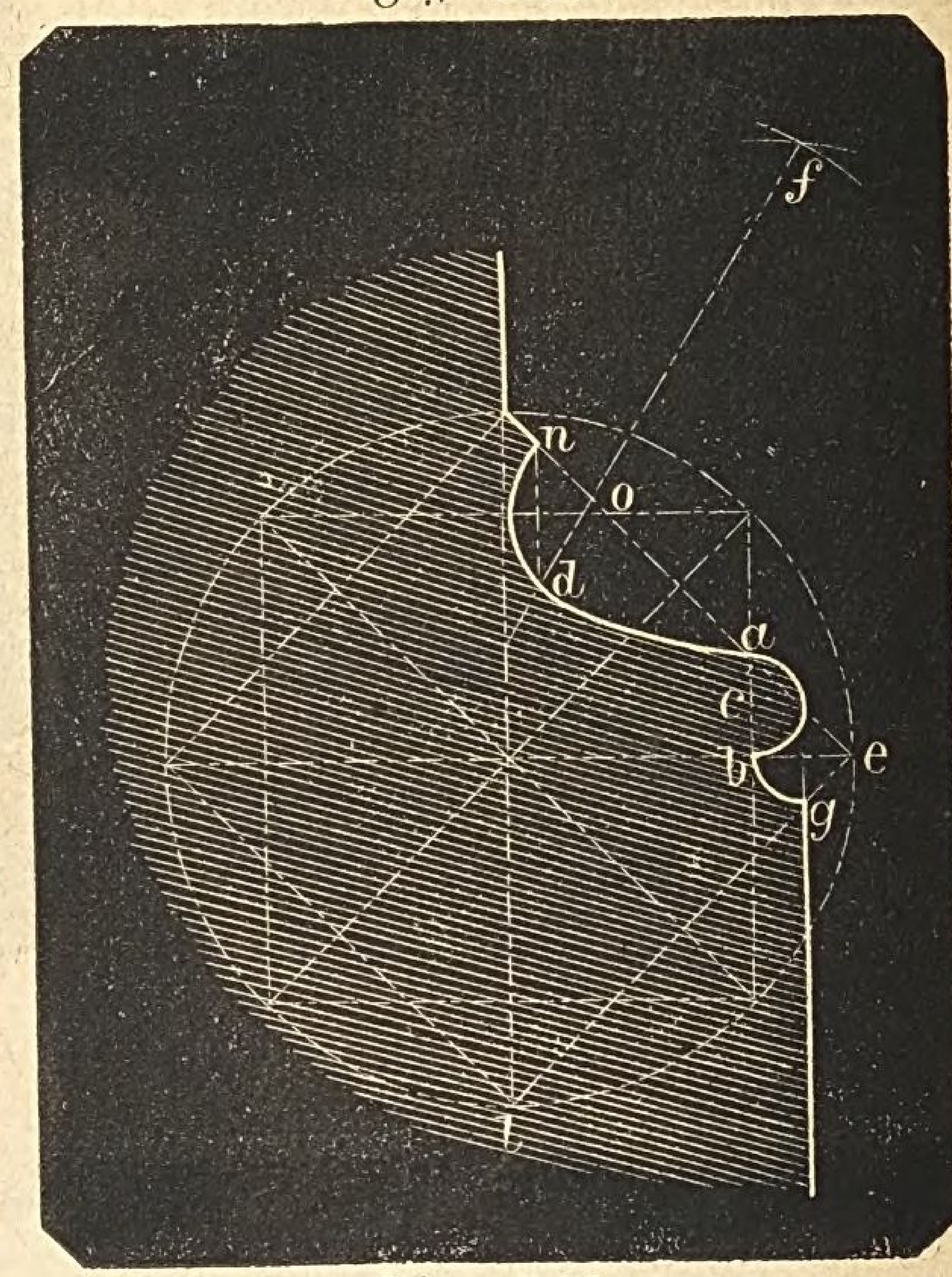
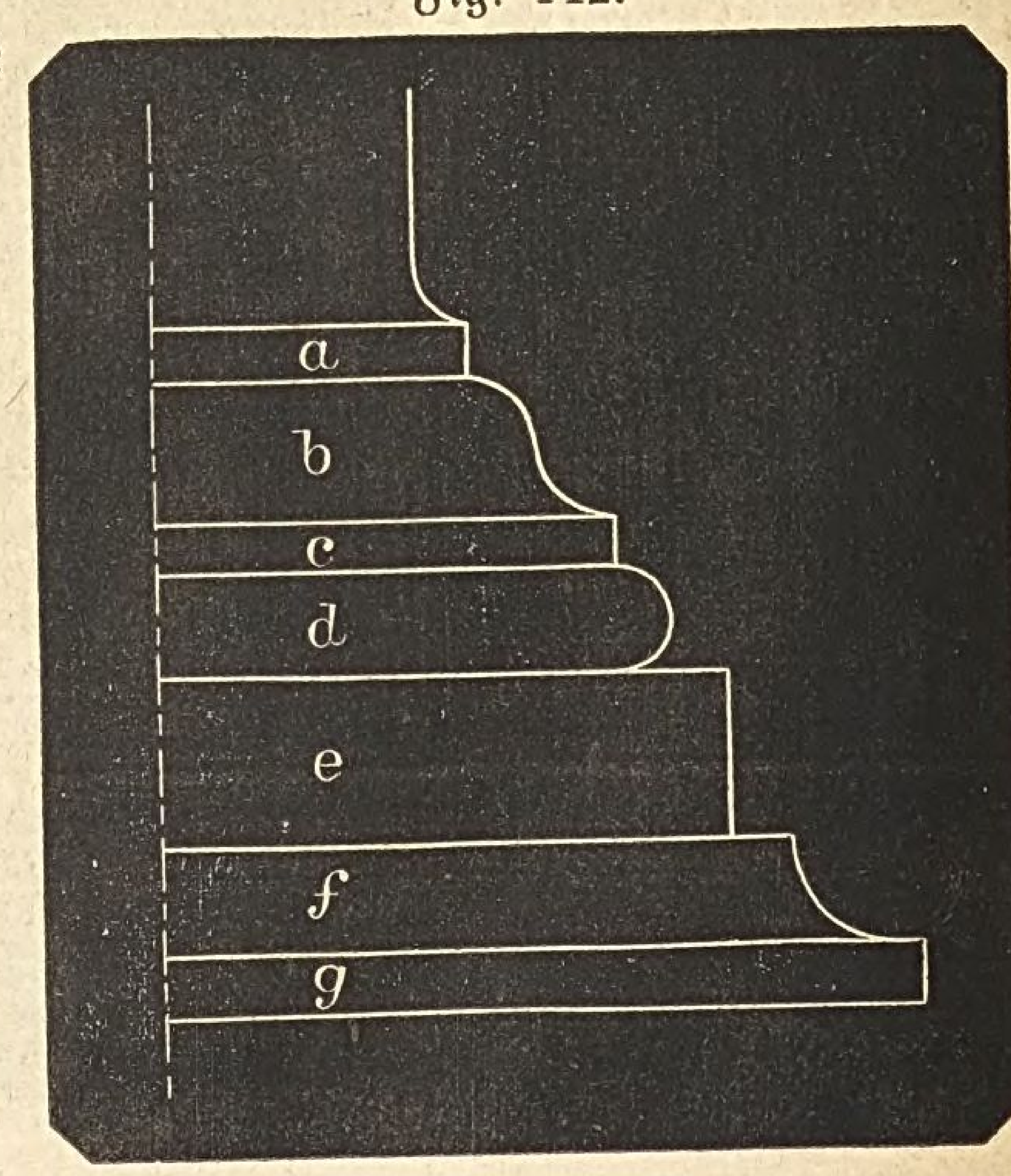


Fig. 141.

o ist der Punkt für die Hohlkehle $\widehat{nd}$. Nimm a l und beschreibe aus a u. d Kreuzbögen in f, aus f schlage den Bogen $\widehat{da}$, aus $\frac{1}{2}$ ab (in c) das Stäbchen, aus $\frac{1}{2}$ be den Einschnitt bg.

Fig. 142.



c) Die Einfassungsgesimse,
die weniger ein Vermitteln der Bauglieder als vielmehr ein bloßes Umrahmen ausdrücken, wie z. B. Fig. 143 und 144.

Fig. 143.

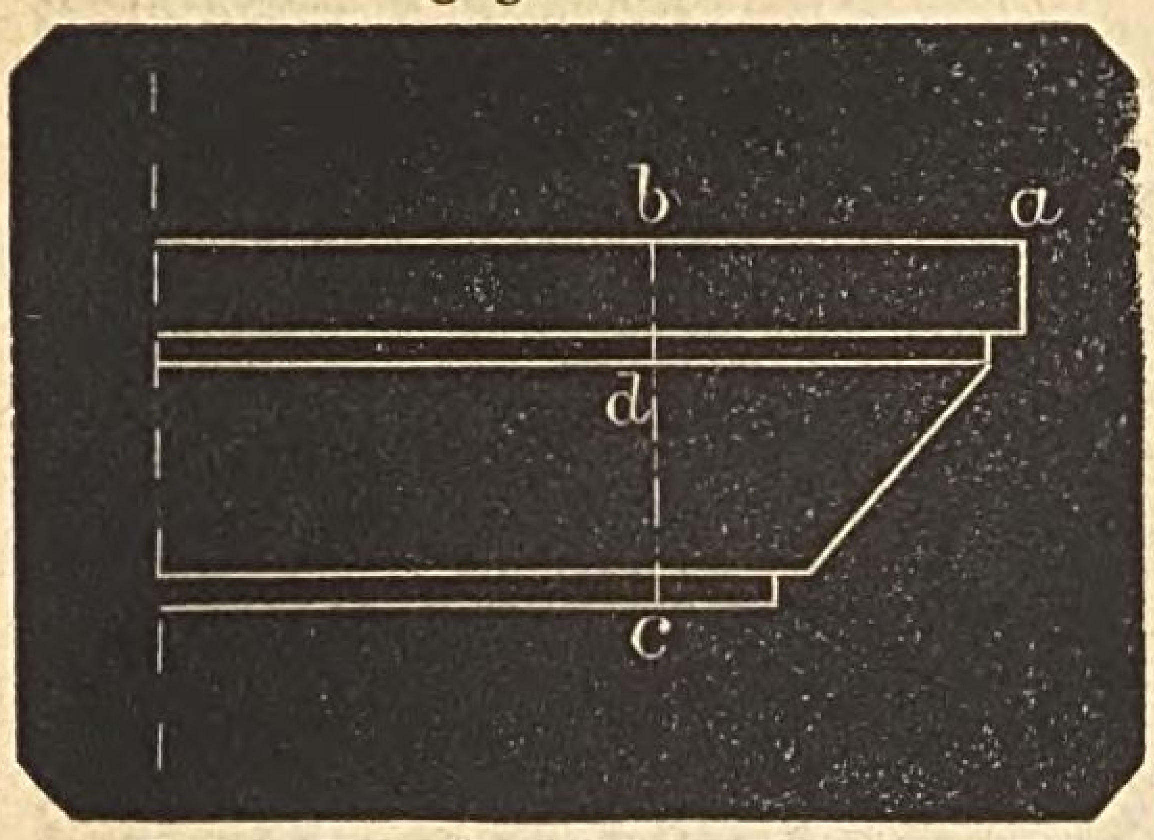
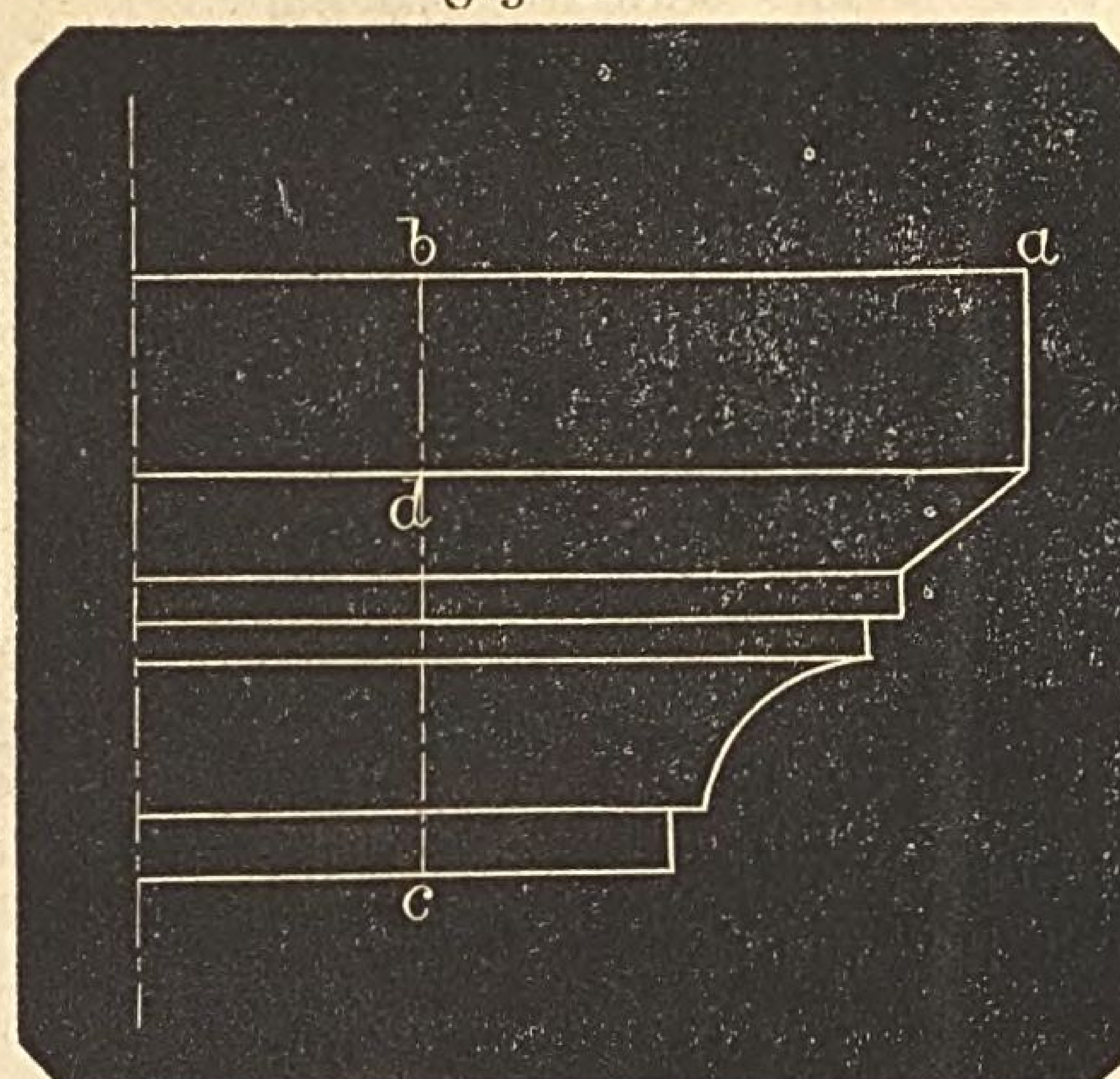


Fig. 144.



Die Construktion dieser Einfassungsgesimse ist sehr einfach. ab = bc und bd = $\frac{1}{3}$bc.

3. **Stützen** und **Decken.**

Bauglieder, Gesimse und Ornamente sind die Hilfsmittel zur Bildung der Kunstformen. Sie werden bei der Bildung der hauptsächlichsten Strukturtheile als: Stützen, Decken und Dächer in Anwendung gebracht. —

Die wichtigsten Stützen sind die Wände (Umfassungs- oder Scheidewände), bei denen man den eigentlich massiven und den durchbrochenen Theil — Thüren und Fenster — unterscheidet.

Bei der Bildung der Thür- und Fensteröffnungen sind die Formen sehr prägnant darzustellen. Es folgen hier einige Constructionen des gothischen Spitzbogens, der bei Fenster- und Thürbildungen im gothischen Stil verwendet wird.

Fig. 144.

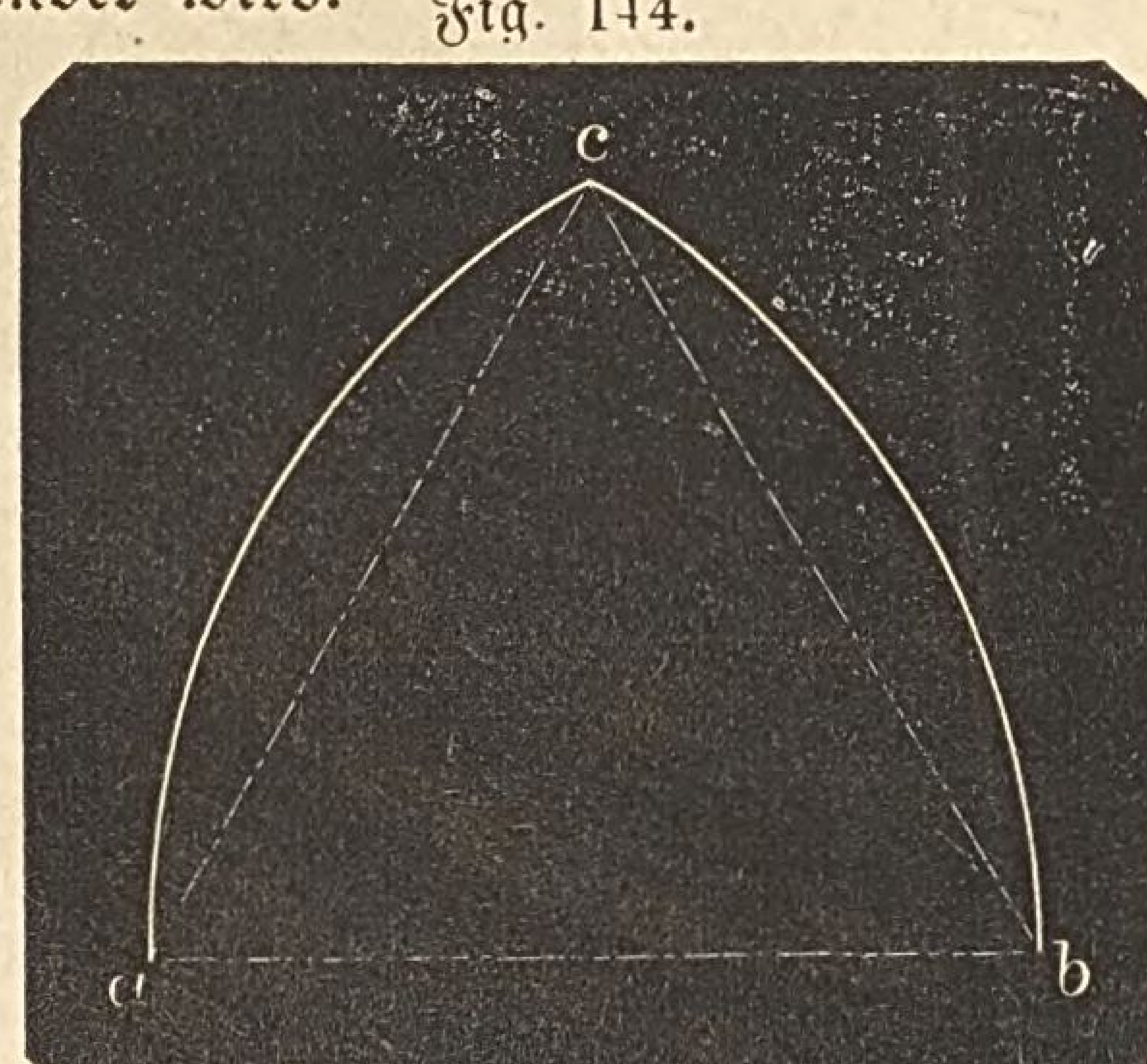
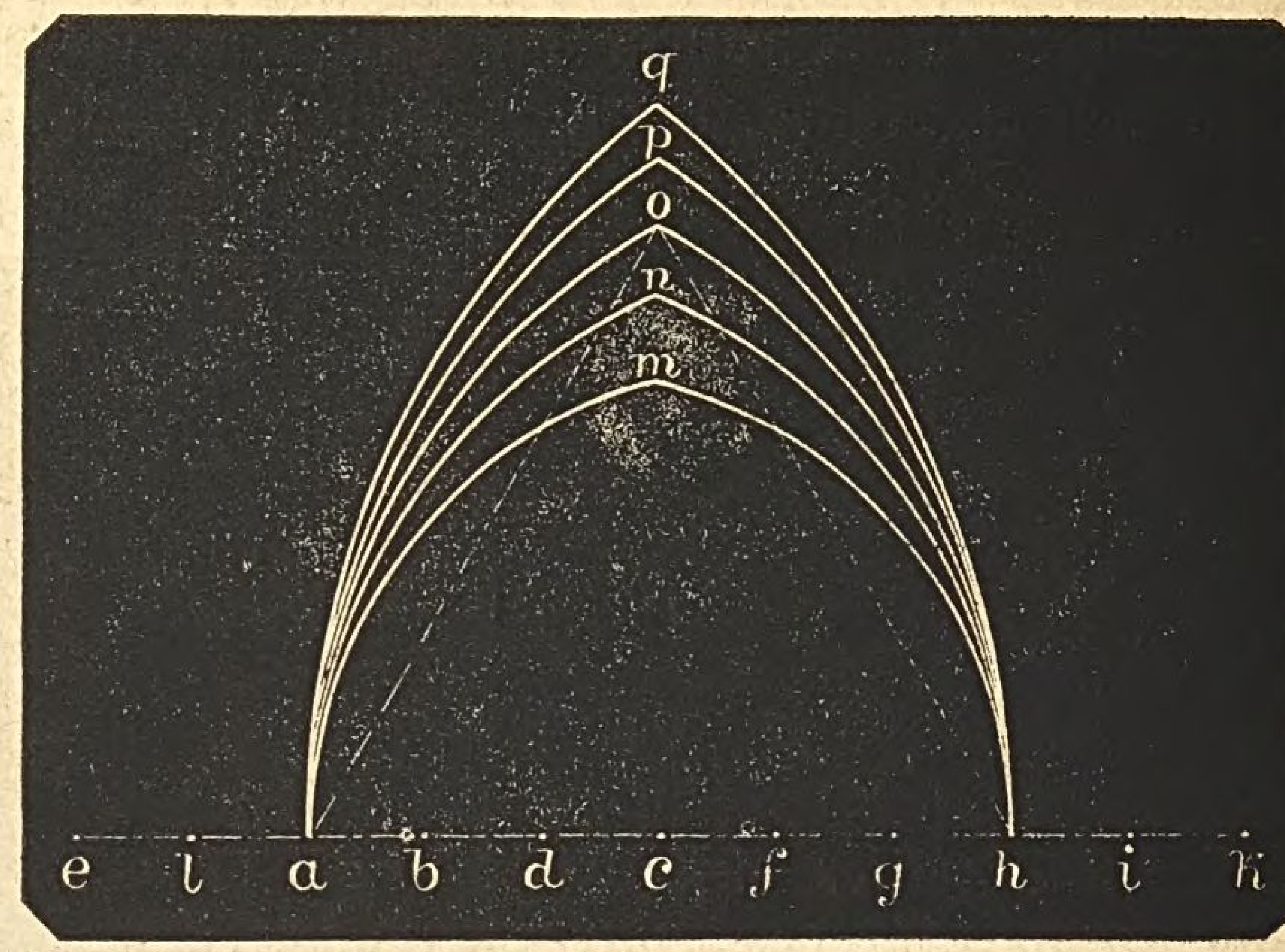


Fig. 144.

Der normale Spitzbogen wird gebildet, indem man mit einer Seite des gleichseitigen △ aus a und b die Bögen ac und bc schlägt.

Fig. 145.

Fig. 145.

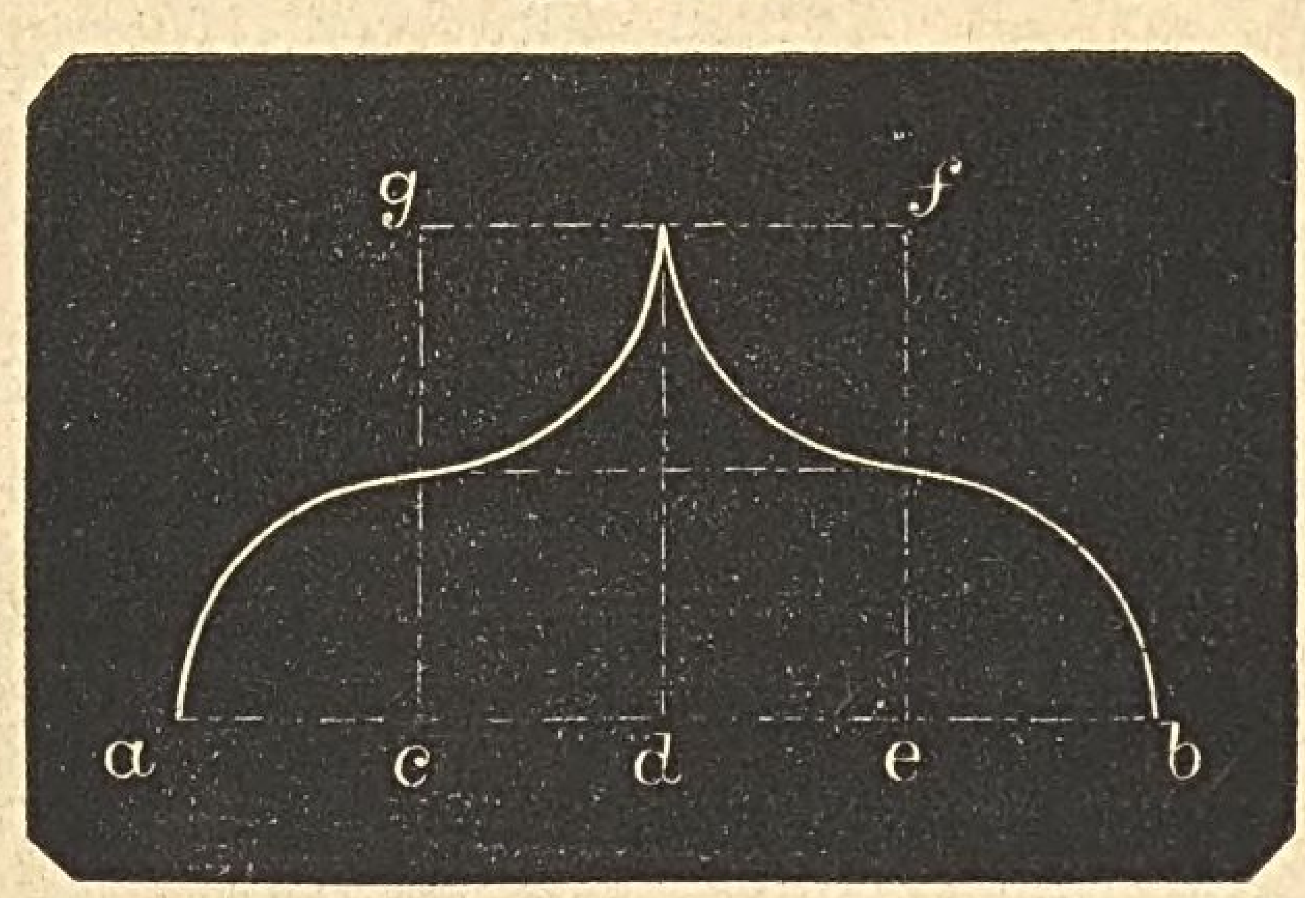


Der erhöhte Spitzbogen entsteht, wenn man die Grundlinie eines gleichseitigen △ in 6 gleiche Theile theilt und je 2 auf deren beiderseitige Verlängerung trägt, dann ist lh der Radius für den Spitzbogen hp aus l und ap aus i. Der mehr erhöhte Spitzbogen wird mit eh aus e und ka aus k beschrieben.

Der gedrückte Spitzbogen ist niedriger als der Normalbogen und wird aus b u. g mit bh und aus d u. f mit dh beschrieben.

Theilt man die Grundlinie in 8 gleiche Theile und trägt solche auf die Verlängerung, so ändern sich sowohl die erhöhten als gedrückten Spitzbögen.

Fig. 146.



Geschweifte Spitzbögen.

Fig. 146.

Theile ab in vier gleiche Theile, errichte das Quadrat cefg sammt den Mittellinien und beschreibe aus den vier Eckpunkten des Quadrats Viertelskreise.

Fig. 147.

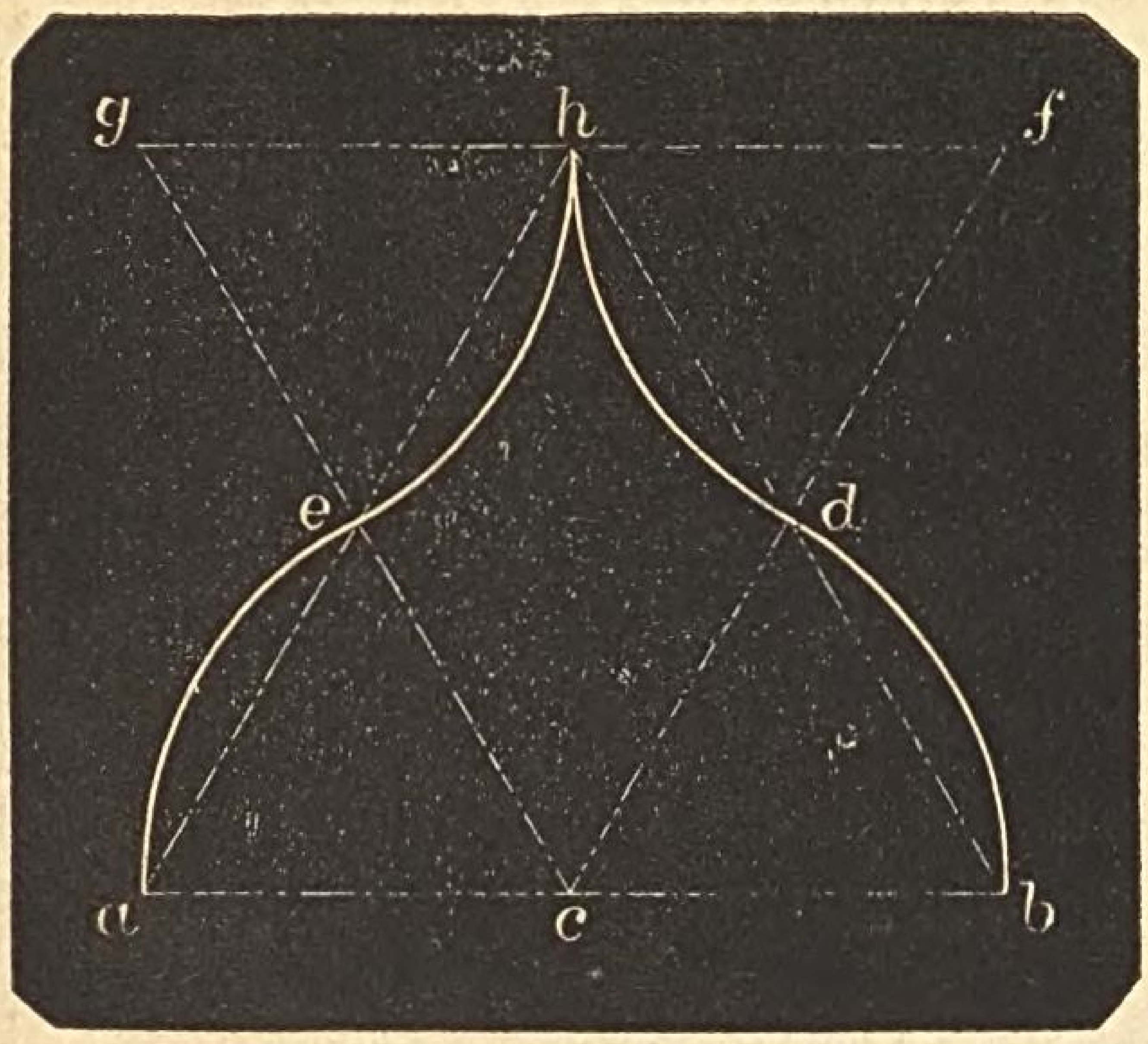


Fig. 147.

Construire zwei gleichseitige △ so, daß die Spitze eines jeden in der Mitte der Grundlinie des andern liegt und schlage aus dem Eckpunkte c die Bögen ae u. bd und aus den Eckpunkten f und g die Bögen dh und eh.

Fig. 148.

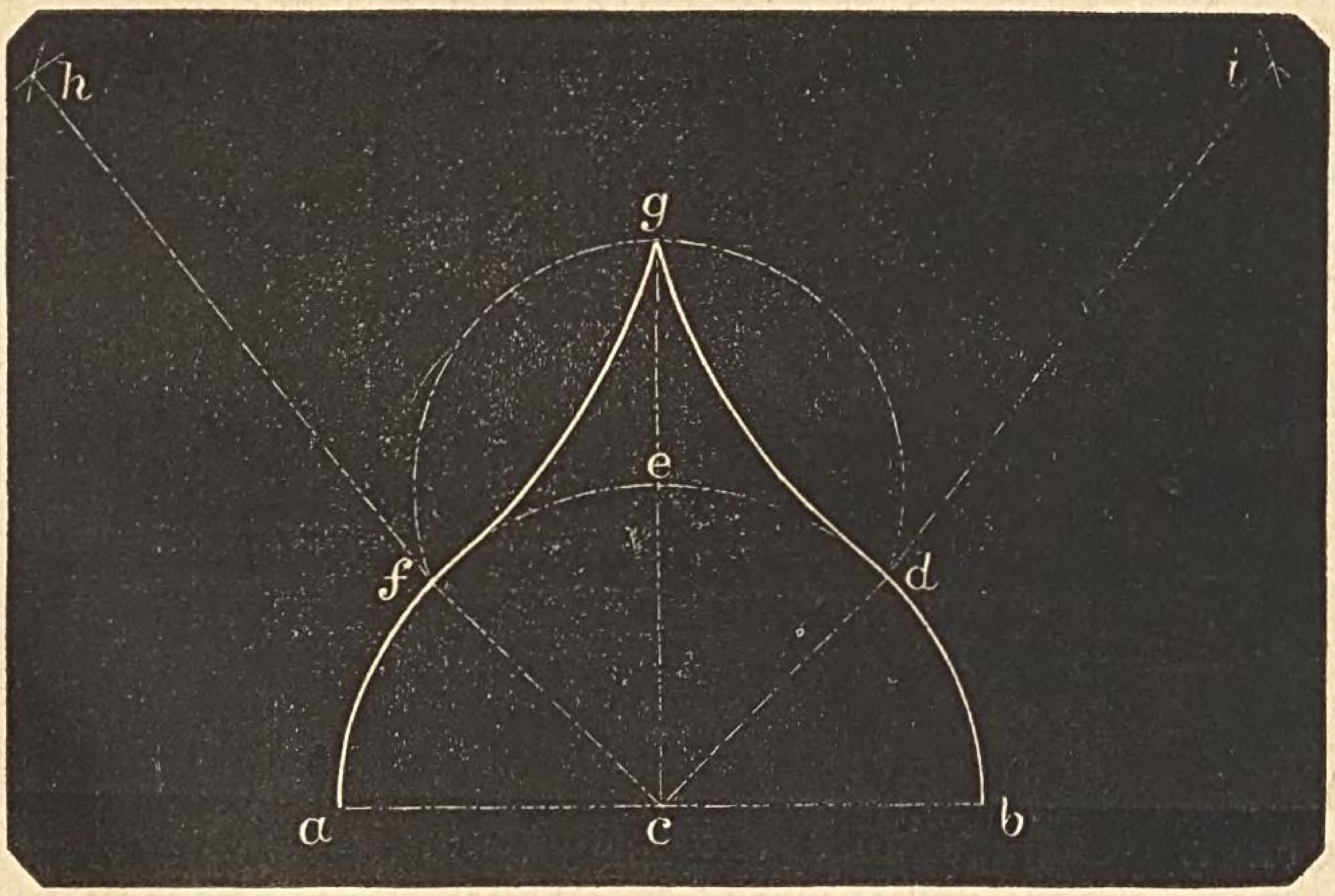


Fig. 148.

Halbire die Bögen ae und be in f und d; trage ed nach eg und beschreibe mit ab im Zirkel aus d und g Kreuzbögen in i, so ist i das Centrum für den Bogen $\overset{\frown}{dg}$ und h für den Bogen $\overset{\frown}{fg}$.

Spitzbögen mit sogenannten Nasen.

Fig. 149.

Schlage über das gleichseitige △abc den Normalspitzbogen, halbire die Seiten ac und bc und verbinde deren Mittelpunkte mit a und b, beschreibe dann mit oh einen Kreis, und aus e, d und f die Nasen, die durch df und ef ihren Abschnitt erhalten.

Fig. 149.

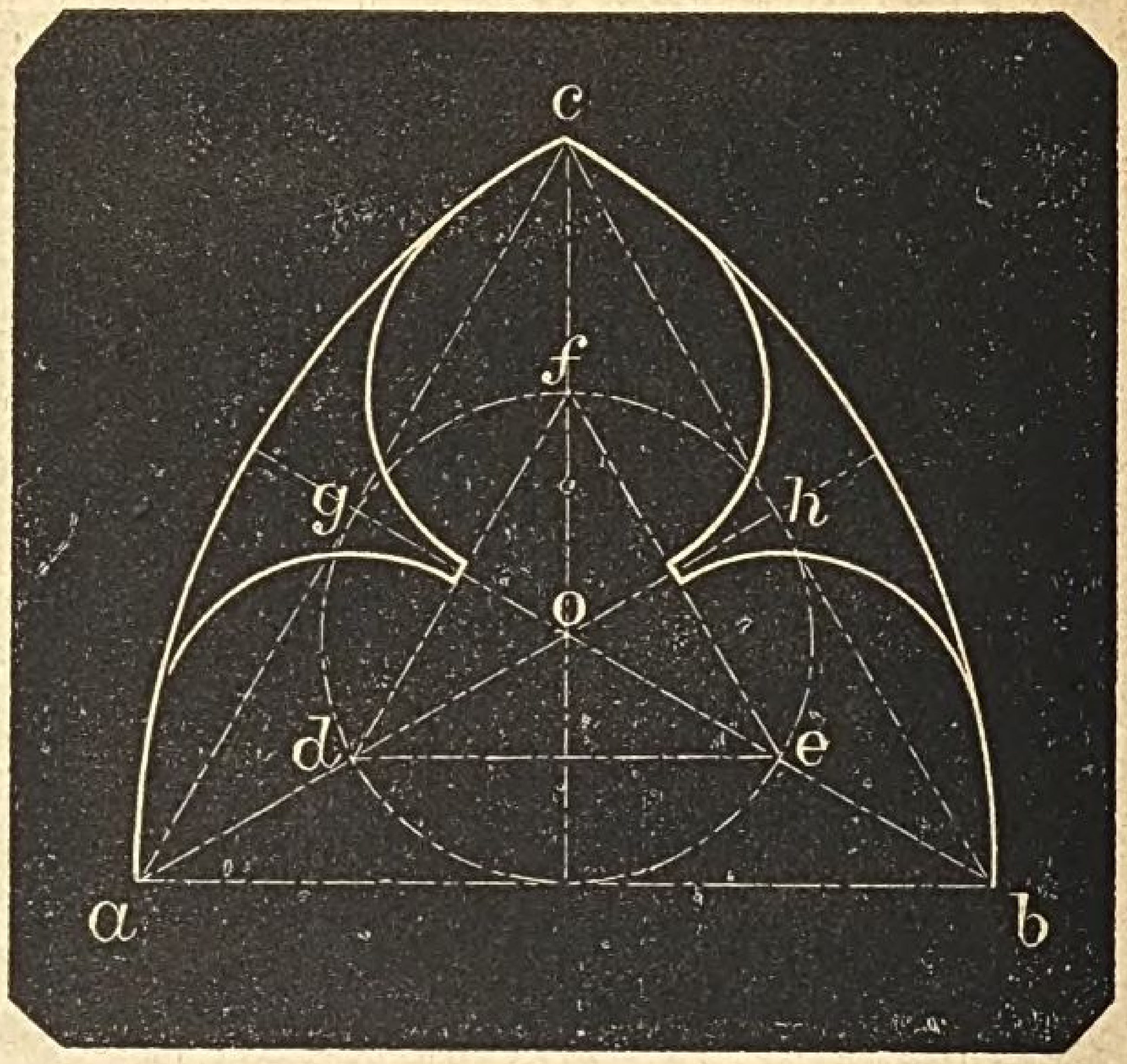
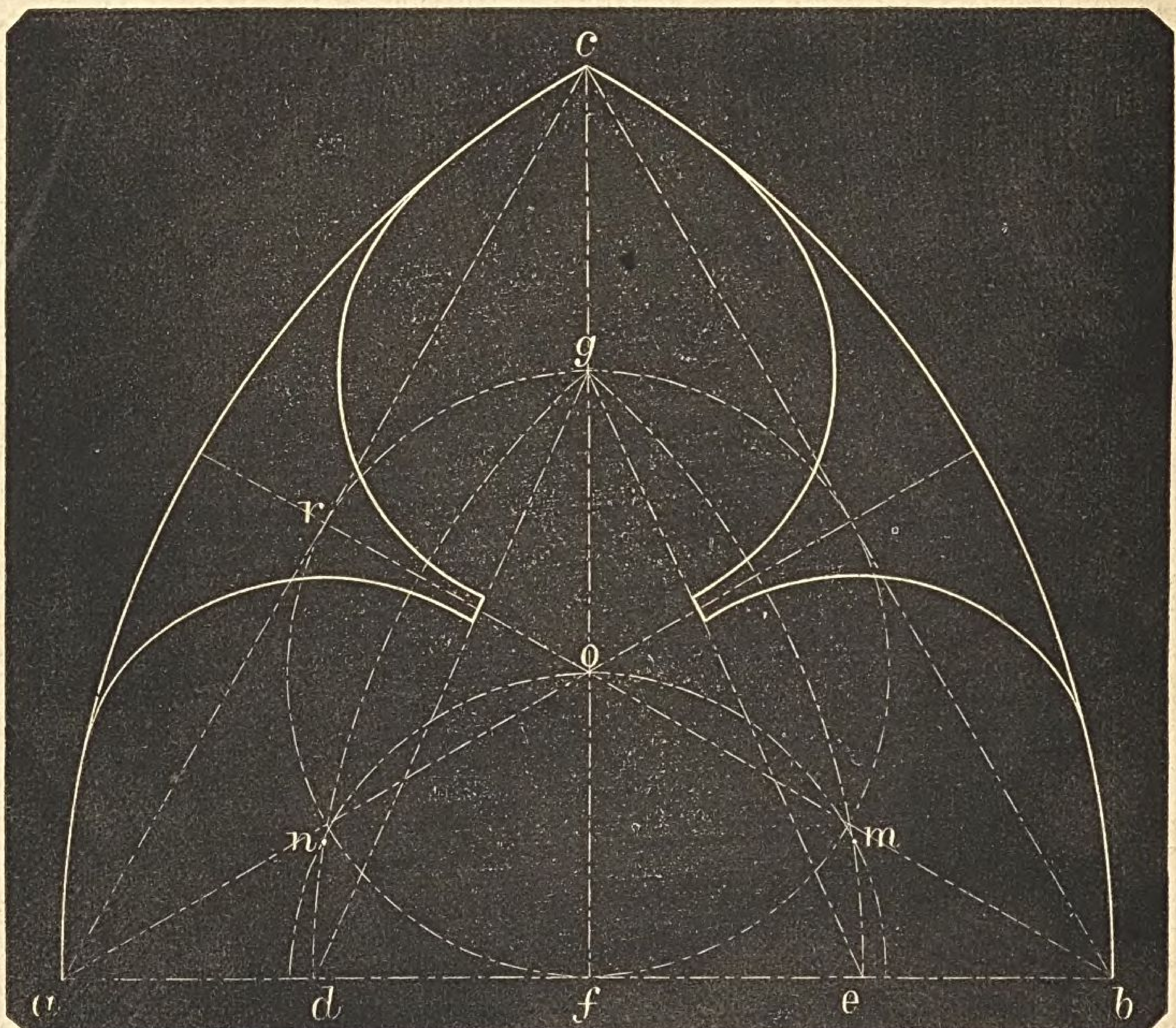
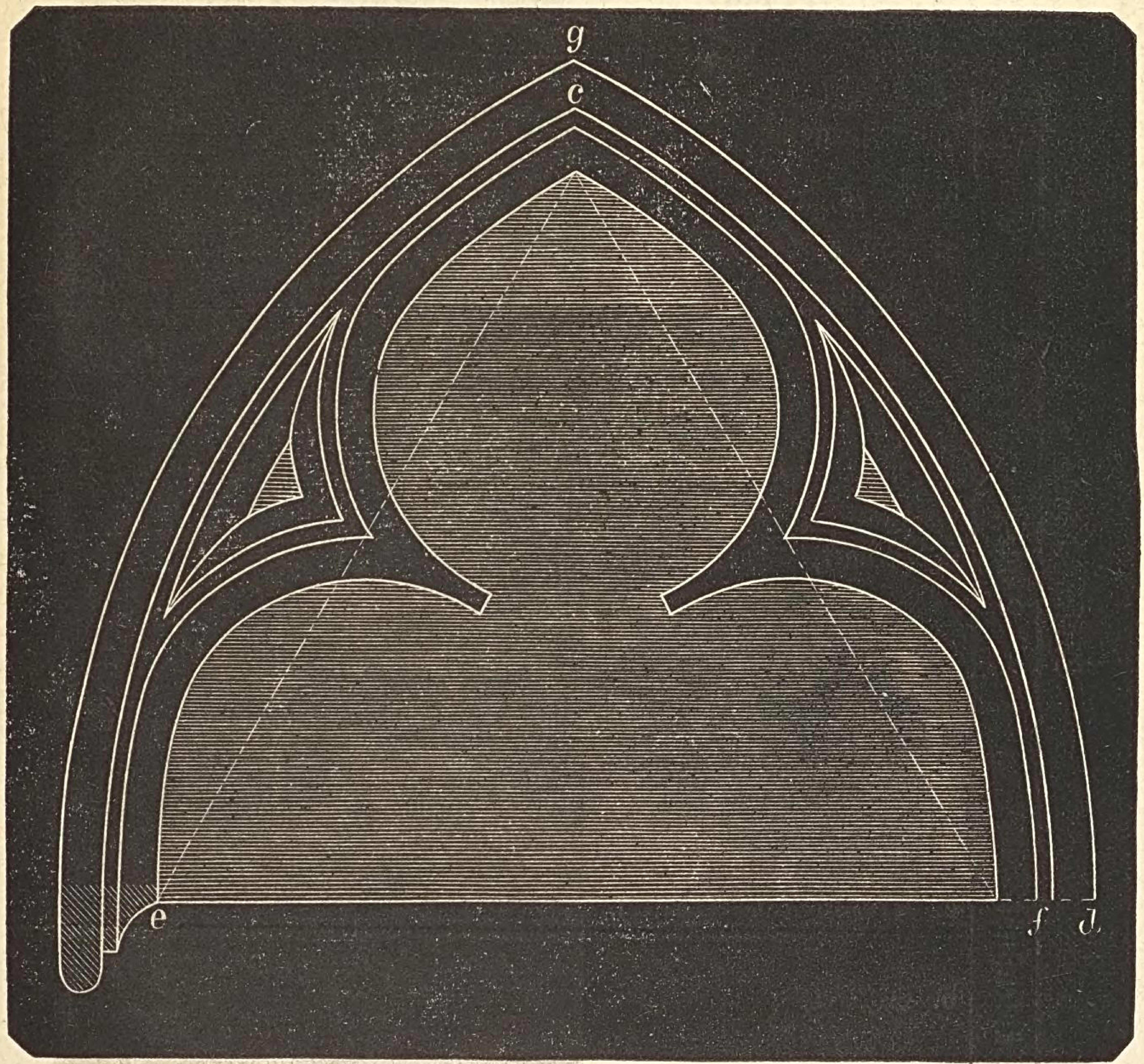


Fig. 150.



Constr. Schlage über das gleichseitige △ den Normalbogen, halbire die △ Seiten und verbinde ihre Mittelpunkte mit a und b. Nimm of in den Zirkel und ziehe den Kreis, sodann nimm bg und schlage aus b und a die Bogen gd und ge, dann ziehe die Geraden ge und gd und endlich schlage den Halbkreis aus f oder of, so sind n, m und g die Centren für die Bögen der Nasen.

Fig. 151.



Ausführung
nach der oben gegebenen Aufklärung. Die Bogen fc und dg sind aus e zu schlagen. (Nach Eberleins Werkzeichner).

Die zwischen den Thür- und Fensteröffnungen stehenden und tragenden Mauertheile heißt man Pfeiler, an den Ecken Eckpfeiler. Häufig sind die Stützen Säulen (Pfosten).

Die Säulen stehen auf dem Säulenstuhl und tragen das Gebälke, das sonst oder gleichzeitig die Mauern tragen. — Den untern Theil der Säule selbst nennt man Sockel, Säulenfuß. Das Emporstrebende, eigentlich Stützende ist der Schaft der Säule. Den Schaft krönt der Säulenkopf oder das Kapitäl.

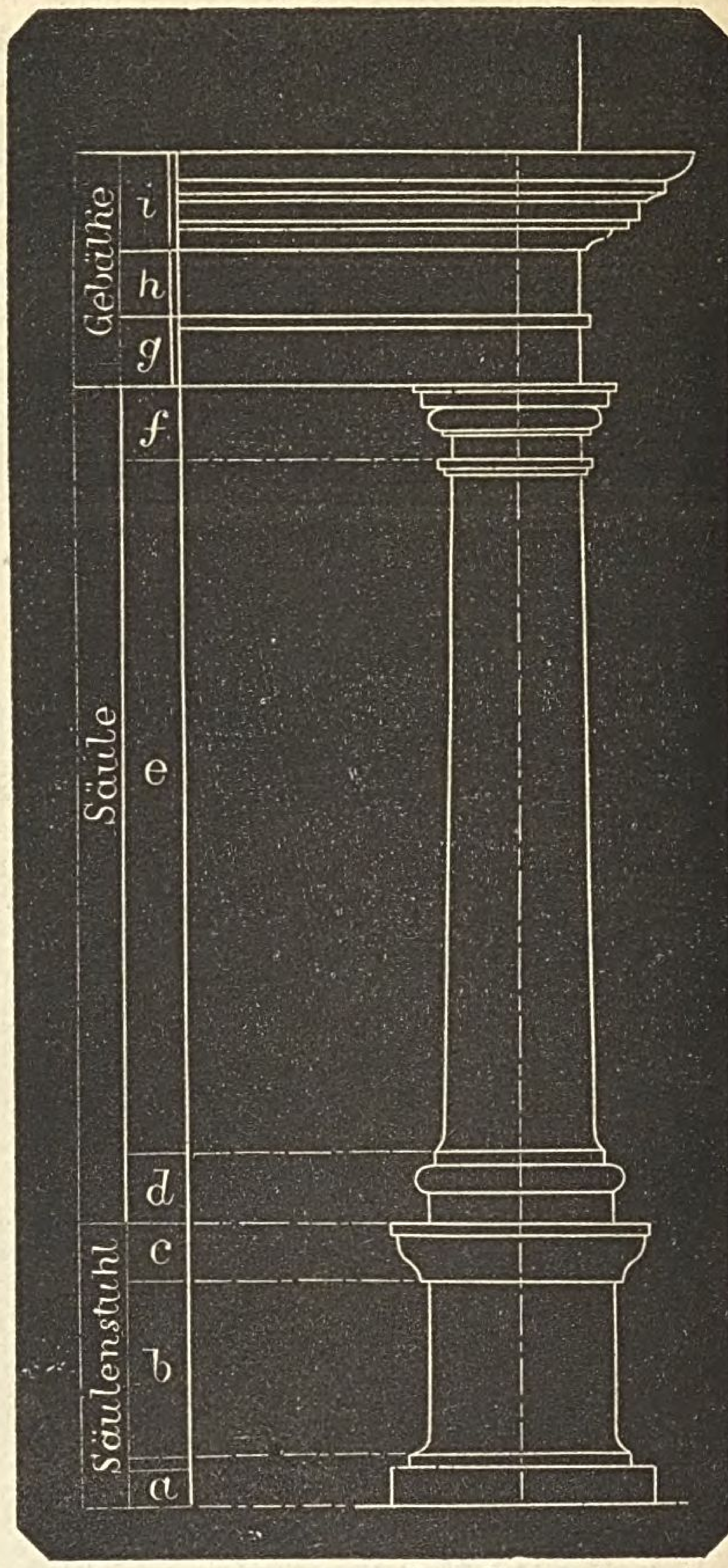
Wie die Säule selbst, so bestehen auch Säulenstuhl und Gebälke aus je 3 Theilen, wie aus Fig. 152 zu ersehen ist.

Fig. 152.

Säulenordnung.

- Gebälke.
  - i. Kranzgesimse,
  - h. Fries,
  - g. Träger (Architrav),
- Säule.
  - f. Kapitäl,
  - e. Schaft,
  - d. Sockel (Fuß),
- Säulenstuhl.
  - c. Kranzgesimse (Leiste),
  - b. Würfel,
  - a. Fußleiste.

Fig. 152.



Die Zusammenstellung aller oben genannten Theile gibt eine Säulenordnung. Die Ordnung der Glieder und Strukturtheile nach Größe und Aufeinanderfolge kann sehr verschieden sein. Die Säulenordnungen der Griechen und Römer oder die klassischen, sind: 1. die toskanische, 2. die dorische, 3. die jonische, 4. die korinthische und 5. die römische Ordnung.

Die Stützen tragen die Decken. Die Decken sind entweder 1. wagrecht gelegte Balken aus Stein, Holz oder Eisen, 2. Gewölbe oder eine Vereinigung beider.

Die Dächer, welche aus dem Dachgerüste und dem eigentlichen Deckmaterial (Metall, Schiefer, Ziegel) bestehen, sind 1. flache Dächer, 2. Satteldächer (Giebeldächer) oder 3. Walmdächer, welche nach allen Seiten hin abfallen.

§. 17.

Uebungsaufgaben.

1) Gegebene Linien sind erst zu schätzen, dann zu messen.
2) Auf eine schräge Linie sind zwei gleiche Perpendikel zu setzen.
3) Mit Lineal und Winkeldreieck sind parallele Linien zu zeichnen.
4) Die Linien ab = 5 cm und bc = $3\frac{1}{2}$ cm sind proportionirt zu theilen.
5) Mit Hilfe des Transporteurs ist ein ∠ von 110° zu zeichnen.
6) Zwei gerade Linien sollen sich unter einem ∠ von 70° schneiden. Die Größe der noch entstehenden ∠ ist anzugeben.
7) Die 3 ∠ eines △ sind zu messen; wie viel betragen sie zusammen?
8) Ein erhabener ∠ beträgt 192°, der an demselben Punkt liegende hohle 56°, wie groß ist der 3te, wie heißt er? Construktion!
9) Unter einer Grundlinie von 5 Centimetern soll ein gleichseitiges △ gezeichnet werden.
10) Unter und über einer Grundlinie von 5 Centimetern sind gleichschenklige △ zu zeichnen, deren Schenkel 7 cm betragen.
11) Ueber einer Grundlinie von 8 cm sollen gleichschenklige △ gezeichnet werden, deren Schenkel 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 cm betragen.
12) In ein △, dessen Seiten a = 60, b = 70 und c = 80 Millimeter betragen, sollen drei Höhen construirt werden.
13) Ein rechtwinkliges △ zu construiren aus der Hypotenuse und einem spitzen Winkel.
14) Ein △ zu construiren aus zwei Seiten und dem der größeren Seite gegenüber liegenden ∠.
15) Die merkwürdigen Punkte eines △ sind durch Zeichnung anzugeben.
16) Ein Quadrat zu construiren, dessen Diagonale 8 cm beträgt.
17) Einen Quadratdecimeter in Quadratcentimeter zu zerlegen.
18) Ein Rechteck, dessen Seiten a = 6 und b = 9 cm betragen, soll in Quadratcentimeter zerlegt werden.
19) Ein Rechteck ist zu construiren aus Grundlinie und Höhe. g = 60, h = 80 Millimeter.
20) Ueber den 3 Seiten eines rechtwinkligen △, dessen Katheten 3 und 4 cm betragen, sollen Quadrate construirt werden.
21) Ein Quadrat doppelt so groß zeichnen als das gegebene.
22) Eine Raute ist aus den beiden Diagonalen zu construiren.

23) Es soll ein Rhombus gezeichnet werden, wozu eine Seite und die Höhe gegeben sind.

24) Ein 4Eck zu construiren aus einer Diagonale und 4 Seiten.

25) Durch einen in Quadratcentimeter zerlegten Quadratdecimeter soll ein Maßstab construirt werden, welcher einzelne Millimeter angibt.

26) Ein Viereck zu construiren aus einer Diagonale AC = 80 mm, aus den vier an ihr liegenden Winkeln: ∠CAB = 31°, DAC = 46°, BCA = 24° und DCA = 58°.

27) Ein Fünfeck soll construirt werden aus 4 Seiten (ab = 40, bc = 50, cd = 70, de = 37 mm) und den von ihnen eingeschlossenen 3 Winkeln (abc = 120°, bcd = 100°, cde = 131°.)

28) Ein Fünfeck zu construiren aus vier Winkeln und 3 aufeinanderfolgenden Seiten.

29) Aus 5 Winkeln und vier aufeinanderfolgenden Seiten ist ein Sechseck zu construiren.

30) Zu einem regelmäßigen 7Eck ist ein ihm congruentes an eine Seite des ersteren zu construiren.

31) Nach dem in Fig. 94 gegebenen Seitenmaße ist ein 9- und ein 11Eck zu zeichnen.

32) 6 gleiche Peripherie ∠ in einen Kreis zu legen.

33) Es sind concentrische Kreise zu ziehen, so daß 3 Kreisringe entstehen.

34) Ein Kreis ist mit einem Durchmesser von 6 cm, einem Halbmesser, einer Sehne = 2,7 cm, einer Schneidungslinie und Berührungslinie zu versehen.

35) Drei gleiche Kreise sind zu zeichnen, die sich gegenseitig in ihren Mittelpunkten schneiden.

36) Der Bogen, die Sehne und der darauf stehende Centri-∠ eines Kreises sind zu halbiren.

37) Ein gegebener Kreis ist doppelt und 3fach so groß darzustellen.

38) Es soll ein Maßstab mit 20facher Verjüngung gezeichnet werden.

39) Es sind 20eckige Sternpolygone zu zeichnen und zwar soll die Verbindung der Theile in vierfach verschiedener Weise geschehen:
   1) in der Ordnung, 1, 3, 5, 7 ꝛc.
   2) " " " 1, 4, 7 ꝛc.
   3) " " " 1, 5, 9 ꝛc.
   4) " " " 1, 6, 11 ꝛc.

40) Eine Ellipse ist aus 3 Kreisen darzustellen.

Vom Verfasser dieses Buches sind ferner erschienen:

Böhm, J. Pädagogische Gymnastik als Grundlage für den Wehrmann, zugleich Anbahnung verkürzter Dienstzeit bei allgemeiner Wehrpflicht. 1867. Preis 50 ₰.

Böhm, J. Statistisches Handbuch des bayerischen Volksschulwesens. 1871. Preis 2 ℳ. Für Lehrerbibliotheken besonders geeignet.

Böhm, J. Das bayerische Volksschulwesen. Ein statistisches Hand- und Nachschlagbuch für Schul- und Gemeindebehörden, Schulinspektoren, Lehrer und für alle Freunde der Volksbildung. Auf Grund amtlicher Quellen. 1874. Preis 4 ℳ. 80 ₰.

Böhm, J. Zur Erinnerung an den 50jährigen Bestand des Schullehrerseminars Altdorf. 1874. Preis 25 ₰.

Böhm, J. Die Organisation der Volksschule. Für angehende Seminaristen und Lehrer. 1875. Preis 1 ℳ. 60 ₰.

Böhm, J. Die Disciplin der Volksschule. Ein Leitfaden für Seminaristen und Lehrer. 1876. Preis 2 ℳ. 25 ₰.

Diese Schrift, welche die h. k. Regierung von Mittelfranken den Herren Schuldienstexspectanten für das Selbststudium empfohlen, hat in der Presse durchgehends eine sehr günstige Beurtheilung erfahren und bereits weite Verbreitung gefunden.

Böhm, J. Die Lehre von der Schuldisciplin. Pädagogische Studien von Dr. Rein. Heft 17. Eisenach 1877. Preis 1 ℳ.

Böhm, J. Taschenkalender für Lehrer. 1875, 1876, 1877 und 1878. Preis 80 ₰.

Böhm, J. Kurzgefaßte Geschichte der Pädagogik mit besonderer Berücksichtigung des deutschen Volksschulwesens. 5. Auflage. Preis 2 ℳ.

Böhm, J. Geschichte der Pädagogik mit Charakterbildern hervorragender Pädagogen und Zeiten. Als Commentar zur „kurzgefaßten" Geschichte der Pädagogik. I. Hälfte enthalt. die Geschichte der Pädagogik vor und nach Christus bis an Montaigne. Preis 4 Mark.

Böhm, J. Geschichte der Pädagogik mit Charakterbildern. II. Hälfte. Von Montaigne bis zur Gegenwart. (Befindet sich unter der Presse.)